

លំហាត់ គណិតវិទ្យា

សម្រាប់សិស្សពូកែ

1
2 3
4 5 6
7 8 9 10
11 12 13 14 15
... ...
... ...

$$\begin{array}{r} \text{TWO} \\ +\ \text{TWO} \\ \hline \text{FOUR} \end{array}$$

៩

ភាគ ១

ពីជគណិត

គណិតវិទ្យាសម្រាប់សិស្សពូកែ ថ្នាក់ទី៩ ភាគ១

ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

លំហាត់គណិតវិទ្យា

សម្រាប់សិស្សពូកែ

ថ្នាក់ទី 9

រៀបរៀង និង ពិនិត្យដោយ

សំ ឧុទ្ធី

អារម្ភកថា

សួស្តីប្អូនៗសិស្សានុសិស្សថ្នាក់ទី៩ ជាទីមេត្រី!!

សៀវភៅលំហាត់គណិតវិទ្យាសម្រាប់សិស្សពូកែថ្នាក់ទី៩ ដែលប្អូនៗកំពុងកាន់ក្នុងដៃនេះត្រូវបានរៀបចំឡើង ក្នុងគោលបំណងផ្តល់ជាឯកសារស្រាវជ្រាវបន្ថែមសម្រាប់ការសិក្សារបស់ប្អូនៗលើមុខវិជ្ជាគណិតវិទ្យា។ រាល់លំហាត់ក្នុងសៀវភៅនេះ អ្នករៀបរៀងបានសម្រិតសម្រាំងយកនូវប្រភេទលំហាត់ល្អៗជាច្រើន សំដៅធ្វើយ៉ាងណាឲ្យប្អូនៗងាយស្វែងយល់នូវវិធីដោះស្រាយប្រភេទលំហាត់នីមួយៗ ហើយអាចទៅដល់ការអភិវឌ្ឍពុទ្ធិរបស់ប្អូនៗ។

បើទោះជាមានការត្រួតពិនិត្យយ៉ាងណាក៏ដោយ ក៏សៀវភៅនេះពិតជាពុំអាចជៀសផុតពីកំហុសឆ្គងបានឡើយ។ ក្នុងនាមអ្នករៀបរៀង នឹងរង់ចាំទទួលនូវការរិះគន់ក្នុងន័យស្ថាបនាដើម្បីធ្វើឲ្យសៀវភៅនេះកាន់តែមានសុក្រិតភាពថែមទៀត។

ជាចុងបញ្ចប់សូមជូនពរឲ្យប្អូនៗទទួលបានតែភាពជោគជ័យក្នុងការសិក្សា និងមានសុខភាពល្អ។

អ្នករៀបរៀង

1. គណនា $\sqrt{9+\sqrt{80}}-\sqrt{9-\sqrt{80}}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

$$\sqrt{9+\sqrt{80}}-\sqrt{9-\sqrt{80}}=\sqrt{5+4\sqrt{5}+4}-\sqrt{5-4\sqrt{5}+4}$$
$$=\sqrt{(\sqrt{5}+2)^2}-\sqrt{(\sqrt{5}-2)^2}$$
$$=\sqrt{5}+2-(\sqrt{5}-2)=\boxed{4}$$

2. គណនា $\sqrt{45+20\sqrt{5}}+\sqrt{45-20\sqrt{5}}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

$$\sqrt{45+20\sqrt{5}}+\sqrt{45-20\sqrt{5}}$$
$$=\sqrt{25+20\sqrt{5}+20}+\sqrt{25-20\sqrt{5}+20}$$
$$=\sqrt{(5+2\sqrt{5})^2}+\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2}$$
$$=5+2\sqrt{5}+5-2\sqrt{5}=\boxed{10}$$

3. បំបាត់រ៉ាឌីកាល់ពីភាគបែង

ក. $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2-\sqrt{2}}}$ ខ. $\dfrac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

ក. $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2-\sqrt{2}}}=\dfrac{\sqrt{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2-\sqrt{2}}$



$$= \frac{\sqrt{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}(2+\sqrt{2})}{4-2}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}\sqrt{2-\sqrt{2}} + 2\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$

$$= \boxed{(\sqrt{2}+1)\sqrt{2-\sqrt{2}}}$$

ខ. $\frac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \frac{3(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-5}$

$$= \frac{3\sqrt{2}+3\sqrt{3}-3\sqrt{5}}{2+2\sqrt{6}+3-5}$$

$$= \frac{3\sqrt{12}+3\sqrt{18}-3\sqrt{30}}{12}$$

$$= \frac{6\sqrt{3}+9\sqrt{2}-3\sqrt{30}}{12}$$

$$= \boxed{\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{30}}{4}}$$

4. ក. សរសេរ $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$ ជារាង $a+\sqrt{b}$ ។

ខ. គណនា $\sqrt{2+2\sqrt{2+2\sqrt{4+2\sqrt{3}}}}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

ក. $\sqrt{4+2\sqrt{3}} = \sqrt{3+2\sqrt{3}+1} = \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} = \boxed{1+\sqrt{3}}$



ខ. $\sqrt{2+2\sqrt{2+2\sqrt{4+2\sqrt{3}}}} = \sqrt{2+2\sqrt{2+2(1+\sqrt{3})}}$

$$= \sqrt{2+2(1+\sqrt{3})}$$

$$= \sqrt{4+2\sqrt{3}}$$

$$= \boxed{1+\sqrt{3}}$$

5. គណនាតម្លៃនៃកន្សោម

$$A = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}} \text{ ។}$$

✍ <u>*ដំណោះស្រាយ*</u>

$$A = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}}$$

$$A = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{20 - 12\sqrt{5} + 9}}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{(2\sqrt{5} - 3)^2}}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - (2\sqrt{5} - 3)}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{5 - 2\sqrt{5} + 1}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{5} - (\sqrt{5} - 1)}$$



$$= \sqrt{1} = \boxed{1}$$

6. គណនាតម្លៃនៃកន្សោម

ក. $A = \sqrt{4+\sqrt{15}} + \sqrt{4-\sqrt{15}} - 2\sqrt{3-\sqrt{5}}$

ខ. $B = \sqrt{12+6\sqrt{3}} - \sqrt[3]{729} - \sqrt[4]{9}$

គ. $C = \sqrt[3]{\frac{1}{3}(\sqrt[3]{2}-1)(\sqrt[3]{2}+1)^3}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

ក. $A = \sqrt{4+\sqrt{15}} + \sqrt{4-\sqrt{15}} - 2\sqrt{3-\sqrt{5}}$

$$= \sqrt{\frac{8+2\sqrt{15}}{2}} + \sqrt{\frac{8-2\sqrt{15}}{2}} - \sqrt{2}\sqrt{6-2\sqrt{5}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{5+2\sqrt{15}+3} + \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{5-2\sqrt{15}+3} - \sqrt{2}\sqrt{5-2\sqrt{5}+1}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2} - \sqrt{2}\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{5}+\sqrt{3}) + \frac{\sqrt{2}}{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3}) - \sqrt{2}(\sqrt{5}-1)$$

$$= \frac{\sqrt{10}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{10}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2} - \sqrt{10} + \sqrt{2} = \boxed{\sqrt{2}}$$

ខ. $B = \sqrt{12+6\sqrt{3}} - \sqrt[3]{729} - \sqrt[4]{9}$

$$= \sqrt{9+6\sqrt{3}+3} - \sqrt[3]{3^6} - \sqrt[4]{3^2}$$



$$=\sqrt{(3+\sqrt{3})^2}-3^2-\sqrt{3}$$

$$=3+\sqrt{3}-9-\sqrt{3}=\boxed{-6}$$

គ. $C=\sqrt[3]{\frac{1}{3}(\sqrt[3]{2}-1)(\sqrt[3]{2}+1)^3}$

$$=\sqrt[3]{\frac{1}{3}(\sqrt[3]{2}-1)(2+3\sqrt[3]{4}+3\sqrt[3]{2}+1)}$$

$$=\sqrt[3]{\frac{1}{3}(\sqrt[3]{2}-1)\cdot 3(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1)}$$

$$=\sqrt[3]{(\sqrt[3]{2}-1)(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1)}$$

$$=\sqrt[3]{\sqrt[3]{2^3}-1}=\sqrt[3]{2-1}=\boxed{1}$$

7. គណនាកន្សោមខាងក្រោម៖

ក. $A=2\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6\sqrt{2}}\right)^{-1}+3\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}\right)^{-1}$

ខ. $B=\frac{\sqrt[4]{5^3}\times\sqrt[5]{5^4}}{\sqrt[20]{5^{11}}}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

ក. $A=2\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6\sqrt{2}}\right)^{-1}+3\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}\right)^{-1}$



$$= 2\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + 3\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{12\sqrt{2}+12\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$$

$$= \frac{12(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \boxed{12}$$

ខ. $B = \dfrac{\sqrt[4]{5^3}\times\sqrt[5]{5^4}}{\sqrt[20]{5^{11}}}$

$$= \frac{5^{\frac{3}{4}}\times 5^{\frac{4}{5}}}{5^{\frac{11}{20}}} = \frac{5^{\frac{3}{4}+\frac{4}{5}}}{5^{\frac{11}{20}}} = 5^{\frac{31}{20}-\frac{11}{20}} = 5^{\frac{20}{20}} = \boxed{5}$$

8. សម្រួលកន្សោមខាងក្រោម:

ក. $A = -\sqrt{32} + 2\sqrt[3]{54} - \sqrt{200} - 3\sqrt[3]{16} + \sqrt[6]{64}$

ខ. $B = \dfrac{1}{2} - \sqrt{20} + 5\sqrt{\dfrac{1}{5}} - \dfrac{5}{2}\sqrt{\dfrac{4}{5}} - \sqrt[6]{125}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

ក. $A = -\sqrt{32} + 2\sqrt[3]{54} - \sqrt{200} - 3\sqrt[3]{16} + \sqrt[6]{64}$

$$A = -4\sqrt{2} + 6\sqrt[3]{2} - 10\sqrt{2} - 6\sqrt[3]{2} + 2 = \boxed{2-14\sqrt{2}}$$

ខ. $B = \dfrac{1}{2} - \sqrt{20} + 5\sqrt{\dfrac{1}{5}} - \dfrac{5}{2}\sqrt{\dfrac{4}{5}} - \sqrt[6]{125}$



$$B=\frac{1}{2}-2\sqrt{5}+5\sqrt{\frac{1}{5}}-5\sqrt{\frac{1}{5}}-\sqrt{5}=\boxed{\frac{1}{2}-3\sqrt{5}}$$

9. ក. គណនា $A=\dfrac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{17-12\sqrt{2}}}-\dfrac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{17+12\sqrt{2}}}$ ។

ខ. សម្រួល $B=\left(\dfrac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}\right)\div\left(1-\dfrac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1}\right)$

✍ ដំណោះស្រាយ

ក. គណនា $A=\dfrac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{17-12\sqrt{2}}}-\dfrac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{17+12\sqrt{2}}}$

$$A=\frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{17-12\sqrt{2}}}-\frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{17+12\sqrt{2}}}$$

$$=\frac{\sqrt{2-2\sqrt{2}+1}}{\sqrt{9-12\sqrt{2}+8}}-\frac{\sqrt{2+2\sqrt{2}+1}}{\sqrt{9+12\sqrt{2}+8}}$$

$$=\frac{\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}}{\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2}}-\frac{\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}}{\sqrt{(3+2\sqrt{2})^2}}$$

$$=\frac{\sqrt{2}-1}{3-2\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{2}+1}{3+2\sqrt{2}}$$

$$=\frac{(\sqrt{2}-1)(3+2\sqrt{2})}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}-\frac{(\sqrt{2}+1)(3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}$$



$$= \frac{3\sqrt{2}+4-3-2\sqrt{2}}{9-8} - \frac{3\sqrt{2}-4+3-2\sqrt{2}}{9-8}$$

$$= \sqrt{2}+1-\sqrt{2}+1 = \boxed{2}$$

ខ. សម្រួល $B = \left(\frac{2\sqrt{x}+x}{x\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}\right) \div \left(1 - \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1}\right)$

$$B = \left(\frac{2\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}^3-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}\right) \div \left(1 - \frac{\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}+1}\right)$$

$$= \left(\frac{(2\sqrt{x}+x)-(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}\right) \div \left(\frac{x+\sqrt{x}+1-\sqrt{x}-2}{x+\sqrt{x}+1}\right)$$

$$= \left(\frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}\right) \div \left(\frac{x-1}{x+\sqrt{x}+1}\right)$$

$$= \left(\frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}\right) \times \left(\frac{x+\sqrt{x}+1}{x-1}\right)$$

$$= \boxed{\frac{1}{x-1}}$$

10. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $A = B$ ដែល $A = \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}$

និង $B = \frac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{3}} + \frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$ ។

✍ <u>ដំណោះស្រាយ</u>



$$A=\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{(\sqrt{7}-\sqrt{6})(\sqrt{7}+\sqrt{6})}$$

$$=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{7-6}=\sqrt{7}+\sqrt{6}$$

$$B=\frac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}+\frac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$$

$$=\frac{3(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{(\sqrt{6}-\sqrt{3})(\sqrt{6}+\sqrt{3})}+\frac{4(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})}$$

$$=\frac{3(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{6-3}+\frac{4(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{7-3}$$

$$=\sqrt{6}+\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{3}$$

$$=\sqrt{7}+\sqrt{6}$$

ដូច្នេះ $\boxed{A=B}$ ។

11. គេមានកន្សោម $A=\frac{3+\sqrt{5}}{2\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}}+\frac{3-\sqrt{5}}{2\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$

និង $B=\frac{4+\sqrt{7}}{3\sqrt{2}+\sqrt{4+\sqrt{7}}}+\frac{4-\sqrt{7}}{3\sqrt{2}-\sqrt{4-\sqrt{7}}}$ ។

បង្ហាញថាកន្សោម A ស្មើនឹងកន្សោម B ។

✍ <u>ដំណោះស្រាយ</u>

$$A=\frac{3+\sqrt{5}}{2\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}}+\frac{3-\sqrt{5}}{2\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$$



$$=\frac{2(3+\sqrt{5})}{\sqrt{2}\sqrt{2}(2\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}})}+\frac{2(3-\sqrt{5})}{\sqrt{2}\sqrt{2}(2\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}})}$$

$$=\frac{6+2\sqrt{5}}{\sqrt{2}(4+\sqrt{6+2\sqrt{5}})}+\frac{6-2\sqrt{5}}{\sqrt{2}(4-\sqrt{6-2\sqrt{5}})}$$

$$=\frac{(\sqrt{5}+1)^2}{\sqrt{2}[4+\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}]}+\frac{(\sqrt{5}-1)^2}{\sqrt{2}[4-\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}]}$$

$$=\frac{(\sqrt{5}+1)^2}{\sqrt{2}(4+\sqrt{5}+1)}+\frac{(\sqrt{5}-1)^2}{\sqrt{2}[4-(\sqrt{5}-1)]}$$

$$=\frac{(\sqrt{5}+1)^2}{\sqrt{2}(5+\sqrt{5})}+\frac{(\sqrt{5}-1)^2}{\sqrt{2}(5-\sqrt{5})}$$

$$=\frac{(\sqrt{5}+1)^2}{\sqrt{2}\sqrt{5}(\sqrt{5}+1)}+\frac{(\sqrt{5}-1)^2}{\sqrt{2}\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)}$$

$$=\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}\sqrt{5}}+\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}\sqrt{5}}=\sqrt{2}$$

$$B=\frac{4+\sqrt{7}}{3\sqrt{2}+\sqrt{4+\sqrt{7}}}+\frac{4-\sqrt{7}}{3\sqrt{2}-\sqrt{4-\sqrt{7}}}$$

$$=\frac{2(4+\sqrt{7})}{\sqrt{2}\sqrt{2}(3\sqrt{2}+\sqrt{4+\sqrt{7}})}+\frac{2(4-\sqrt{7})}{\sqrt{2}\sqrt{2}(3\sqrt{2}-\sqrt{4-\sqrt{7}})}$$

$$=\frac{8+2\sqrt{7}}{\sqrt{2}(6+\sqrt{8+2\sqrt{7}})}+\frac{8-2\sqrt{7}}{\sqrt{2}(6-\sqrt{8-2\sqrt{7}})}$$

$$= \frac{(\sqrt{7}+1)^2}{\sqrt{2}[6+\sqrt{(\sqrt{7}+1)^2}\,]} + \frac{(\sqrt{7}-1)^2}{\sqrt{2}[6-\sqrt{(\sqrt{7}-1)^2}\,]}$$

$$= \frac{(\sqrt{7}+1)^2}{\sqrt{2}(7+\sqrt{7})} + \frac{(\sqrt{7}-1)^2}{\sqrt{2}(7-\sqrt{7})}$$

$$= \frac{(\sqrt{7}+1)^2}{\sqrt{2}\sqrt{7}(\sqrt{7}+1)} + \frac{(\sqrt{7}-1)^2}{\sqrt{2}\sqrt{7}(\sqrt{7}-1)}$$

$$= \frac{\sqrt{7}+1}{\sqrt{2}\sqrt{7}} + \frac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{2}\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{2}\sqrt{7}} = \sqrt{2}$$

ដូច្នេះ $A = B$ ។

12. គេឲ្យពីរកន្សោម $E = \dfrac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 + 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ និង

$F = \dfrac{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$ ដែល $a, b > 0$ ។

ចូរសម្រួលកន្សោម E និង F រួចគណនា $E + F$ ។

✍ *ដំណោះស្រាយ*

- $E = \dfrac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 + 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

$$= \frac{a - 2\sqrt{ab} + b + 4\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

$$= \frac{a + 2\sqrt{ab} + b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

$$= \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \boxed{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

- $F = \dfrac{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} = \dfrac{\sqrt{ab}(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{\sqrt{ab}} = \boxed{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$
- $E+F = \sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{a}-\sqrt{b} = \boxed{2\sqrt{a}}$

13. គណនា $P = \sqrt{1+2012^2+\dfrac{2012^2}{2013^2}}+\dfrac{2012}{2013}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

គេដឹងថា $2013^2 = (2012+1)^2 = 2012^2+2\cdot 2012+1$

នោះ $2012^2+1 = 2013^2-2\cdot 2012$

គេបាន $P = \sqrt{2013^2-2\cdot 2012+\dfrac{2012^2}{2013^2}}+\dfrac{2012}{2013}$

$$= \sqrt{\left(2013-\frac{2012}{2013}\right)^2}+\frac{2012}{2013}$$

$$= 2013-\frac{2012}{2013}+\frac{2012}{2013} = \boxed{2013}$$

14. គេឲ្យ $x=\sqrt{3+\sqrt{5}}$, $y=\sqrt{3-\sqrt{5}}$ ។

គណនា $\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

$$\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=\frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}=\frac{x+2\sqrt{xy}+y}{x-y}$$

$$=\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}}+2\sqrt{\sqrt{3+\sqrt{5}}\sqrt{3-\sqrt{5}}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}}{\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$$

$$=\frac{\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}+2\sqrt{2}}{\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$$

$$=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}+2\sqrt{2})}{\sqrt{2}(\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{3-\sqrt{5}})}$$

$$=\frac{\sqrt{6+2\sqrt{5}}+\sqrt{6-2\sqrt{5}}+4}{\sqrt{6+2\sqrt{5}}-\sqrt{6-2\sqrt{5}}}$$

$$=\frac{\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}+\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}+4}{\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}-\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}}$$

$$=\frac{\sqrt{5}+1+\sqrt{5}-1+4}{\sqrt{5}+1-(\sqrt{5}-1)}$$

$$=\frac{2\sqrt{5}+4}{2}=\boxed{\sqrt{5}+2}$$

15. គណនា $A=\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\cdots}}}$ ។



✍ ដំណោះស្រាយ

គេបាន $A^2 = 6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\cdots}}} = 6+A$

$$A^2 - A - 6 = 0$$

$$A^2 - 3A + 2A - 6 = 0$$

$$A(A-3) + 2(A-3) = 0$$

$$(A-3)(A+2) = 0$$

គេទាញបាន $A=3$ ឬ $A=-2<0$ (មិនយក)

ដូចនេះ $\boxed{A=3}$ ។

16. ចូររកតម្លៃនៃឫសការេ

$$\sqrt{2012+2011\sqrt{2012+2011\sqrt{2012+2011\sqrt{\ldots}}}}$$

✍ ដំណោះស្រាយ

តាង $x = \sqrt{2012+2011\sqrt{2012+2011\sqrt{2012+2011\sqrt{\ldots}}}}$

គេបាន $x^2 = 2012+2011\sqrt{2012+2011\sqrt{2012+2011\sqrt{\ldots}}}$

$$x^2 = 2012 + 2011x$$

$$x^2 - 2011x - 2012 = 0$$

$$x^2 + x - 2012x - 2012 = 0$$

$$x(x+1) - 2012(x+1) = 0$$

$$(x-2012)(x+1) = 0$$

នាំឲ្យ $x = 2012$ ឬ $x = -1 < 0$ (មិនយក)

ដូចនេះ $x = 2012$ ។

17. បង្ហាញថា $\left[\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{48-10\sqrt{7+4\sqrt{3}}}}}-4\right]^{2012}$

ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

$$A = \left[\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{48-10\sqrt{7+4\sqrt{3}}}}}-4\right]^{2012}$$

$$= \left[\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{48-10\sqrt{4+4\sqrt{3}+3}}}}-4\right]^{2012}$$

$$= \left[\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{48-10\sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right)^2}}}}-4\right]^{2012}$$

$$= \left[\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{48-10\left(2+\sqrt{3}\right)}}}-4\right]^{2012}$$

$$= \left[\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{28-10\sqrt{3}}}}-4\right]^{2012}$$

$$= \left[\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{25-10\sqrt{3}+3}}}-4\right]^{2012}$$

$$= \left[\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\sqrt{\left(5-\sqrt{3}\right)^2}}}-4\right]^{2012}$$

$$= \left[\sqrt{4+\sqrt{5\sqrt{3}+5\left(5-\sqrt{3}\right)}}-4\right]^{2012}$$

$$= \left[\sqrt{4+\sqrt{25}}-4\right]^{2012}$$

$$= \left[\sqrt{9}-4\right]^{2012}$$

$$= [-1]^{2012} = 1$$

ដូច្នេះ A ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ ។

18. M និង N ជាពីរចំនួននៃការេប្រាកដតូចជាង 100 ។ បើ $M-N=27$ ចូររកតម្លៃនៃ $\sqrt{M}+\sqrt{N}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

គេមាន $M-N=27$

គេបាន

$$(\sqrt{M}-\sqrt{N})(\sqrt{M}+\sqrt{N}) = 27 = 1\times 27 = 3\times 9$$

$$\begin{cases}\sqrt{M}-\sqrt{N}=1\\ \sqrt{M}+\sqrt{N}=27\end{cases} \text{ ឬ } \begin{cases}\sqrt{M}-\sqrt{N}=3\\ \sqrt{M}+\sqrt{N}=9\end{cases}$$



តែ $M, N < 100$ នោះ $\sqrt{M}, \sqrt{N} < 10, \sqrt{M} + \sqrt{N} < 20$

ដូចនេះ $\boxed{\sqrt{M} + \sqrt{N} = 9}$ ។

19. ចូរប្រៀបធៀប:

ក. $\sqrt{6} + \sqrt{10}$ និង $\sqrt{5} + \sqrt{12}$

ខ. 31^{11} និង 17^{14} ។

✍ ដំណោះស្រាយ

ក. $\sqrt{6} + \sqrt{10}$ និង $\sqrt{5} + \sqrt{12}$

ឧបមា $\sqrt{6} + \sqrt{10} > \sqrt{5} + \sqrt{12}$

គេបាន $(\sqrt{6} + \sqrt{10})^2 > (\sqrt{5} + \sqrt{12})^2$

$$6 + 2\sqrt{60} + 10 > 5 + 2\sqrt{60} + 12$$

$$16 > 17 \text{ (មិនពិត)}$$

ដូចនេះ $\boxed{\sqrt{6} + \sqrt{10} < \sqrt{5} + \sqrt{12}}$ ។

ខ. 31^{11} និង 17^{14}

គេមាន

$$31^{11} < 32^{11} = (2^5)^{11} = 2^{55} < 2^{56} = (2^4)^{14} = 16^{14} < 17^{14}$$

ដូចនេះ $\boxed{31^{11} < 17^{14}}$ ។

20. ដោយមិនប្រើម៉ាស៊ីនគិតលេខ ចូរប្រៀបធៀប $\sqrt{6} + \sqrt{5}$ និង $\sqrt{21}$ ។



✍ ដំណោះស្រាយ

ឧបមា $\sqrt{6}+\sqrt{5}>\sqrt{21}$

$$(\sqrt{6}+\sqrt{5})^2>(\sqrt{21})^2$$

$$6+2\sqrt{30}+5>21$$

$$2\sqrt{30}>10$$

$$\sqrt{30}>5$$

$$(\sqrt{30})^2>5^2$$

$30>25$ (ពិត)

ដូច្នេះ $\sqrt{6}+\sqrt{5}>\sqrt{21}$ ។

21. ប្រៀបធៀប: $\sqrt{2011}+\sqrt{2013}$ និង $2\sqrt{2012}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

ឧបមា $\sqrt{2011}+\sqrt{2013}>2\sqrt{2012}$

$$(\sqrt{2011}+\sqrt{2013})^2>(2\sqrt{2012})^2$$

$$2011+2\sqrt{2011}\sqrt{2013}+2013>4\cdot 2012$$

$$2\sqrt{2011}\sqrt{2013}>2\cdot 2012$$

$$\sqrt{2011}\sqrt{2013}>2012$$

$$(\sqrt{2011}\sqrt{2013})^2>2012^2$$

$$2011\cdot 2013>2012^2$$

$$(2012-1)(2012+1)>2012^2$$

$$2012^2 - 1 > 2012^2$$

$$-1 > 0 \quad \text{(មិនពិត)}$$

ដូច្នេះ $\sqrt{2011} + \sqrt{2013} < 2\sqrt{2012}$ ។

22. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $3^{\sqrt{2}} > 2^{\sqrt{3}}$ ។

✍ *<u>ដំណោះស្រាយ</u>*

គេមាន $9 > 8$ នាំឲ្យ $3^2 > 2^3$

នាំឲ្យ $(3^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} > (2^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}} > (2^{\sqrt{3}})^{\sqrt{2}}$

នាំឲ្យ $(3^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} > (2^{\sqrt{3}})^{\sqrt{2}}$ នោះ $3^{\sqrt{2}} > 2^{\sqrt{3}}$

ដូចនេះ $\boxed{3^{\sqrt{2}} > 2^{\sqrt{3}}}$ ។

23. គេឲ្យ $x + \frac{1}{x} = 4$ ។ ចូរកំណត់ $x^3 + \frac{1}{x^3}$ ។

✍ *<u>ដំណោះស្រាយ</u>*

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right) = 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 1\right)$$

$$= 4\left(\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2x \cdot \frac{1}{x} + 1\right)$$

$$= 4(4^2 - 2 + 1) = 4(15) = \boxed{60}$$

24. គេមាន $x^2 + x + 1 = 0$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $x^{14}+\frac{1}{x^{14}}=-1$ ។

✍ដំណោះស្រាយ

គេមាន $x^2+x+1=0$ នាំឲ្យ $x\neq 1$

គេបាន $(x-1)(x^2+x+1)=0$

$$x^3-1=0$$

$$x^3=1$$

○ $x^{14}+\frac{1}{x^{14}}=x^{12+2}+\frac{1}{x^{12+2}}$

$$=(x^3)^4\cdot x^2+\frac{1}{(x^3)^4\cdot x^2}$$

$$=(1)^4\cdot x^2+\frac{1}{(1)^4\cdot x^2}$$

$$=x^2+\frac{1}{x^2}$$

ម្យ៉ាងទៀត $x^2+x+1=0$

នោះ $\frac{x^2+x+1}{x}=0\ ,(x\neq 0)$

$$x+1+\frac{1}{x}=0$$

$$x+\frac{1}{x}=-1$$



$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=1$$

$$x^2+2+\frac{1}{x^2}=1$$

$$x^2+\frac{1}{x^2}=-1$$

គេបាន $x^{14}+\frac{1}{x^{14}}=x^2+\frac{1}{x^2}=\boxed{-1}$ ។

25. គេឲ្យ $x^2+x+1=0$ ។

គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $A=x^{2012}+\frac{1}{x^{2012}}$ ។

✍ *ដំណោះស្រាយ*

គេមាន $x^2+x+1=0$ នាំឲ្យ $x\neq 1$

គេបាន $(x-1)(x^2+x+1)=0$

$$x^3-1=0$$

$$x^3=1$$

$$x^{2012}+\frac{1}{x^{2012}}=x^{2010+2}+\frac{1}{x^{2010+2}}$$

$$=(x^3)^{670}\cdot x^2+\frac{1}{(x^3)^{670}\cdot x^2}$$

$$=(1)^{670}\cdot x^2+\frac{1}{(1)^{670}\cdot x^2}$$



$$= x^2 + \frac{1}{x^2}$$

ម្យ៉ាងទៀត $x^2 + x + 1 = 0$

នោះ $\frac{x^2 + x + 1}{x} = 0 \quad ,(x \neq 0)$

$$x + 1 + \frac{1}{x} = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = -1$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 1$$

$$x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = -1$$

គេបាន $x^{2012} + \frac{1}{x^{2012}} = x^2 + \frac{1}{x^2} = \boxed{-1}$ ។

26. ចូររកលេខខ្ទង់ចុងក្រោយនៃផលបូក

$2^2 + 20^{20} + 201^{201} + 2011^{2011}$ ។

✍ <u>*ដំណោះស្រាយ*</u>

ដោយ $2^2 = 4$

20^{20} មានលេខខ្ទង់ចុងក្រោយស្មើ 0

201^{201} មានលេខខ្ទង់ចុងក្រោយស្មើ 1

2011^{2011} មានលេខខ្ទង់ចុងក្រោយស្មើ 1

គេបានលេខខ្ទង់ចុងក្រោយនៃផលបូក

$2^2 + 20^{20} + 201^{201} + 2011^{2011}$ ស្មើនឹង

$4+0+1+1=\boxed{6}$ ។

27. គេមាន ការតំរៀបលេខដូចខាងក្រោម៖

1

2 3

4 5 6

7 8 9 10

11 12 13 14 15

... ...

តើលេខប៉ុន្មានដែលស្ថិតនៅក្រោមលេខ 2012 ។

✍ដំណោះស្រាយ

តាមការតំរៀបគេឃើញថា

ជួរទី n ត្រូវមាន n លេខ នោះគេបានលេខចុងក្រោយនៃជួរទី n ស្មើនឹង

$$1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

នោះនាំឲ្យ 2012 គឺស្ថិតនៅជួរទី 63 ព្រោះលេខចុងក្រោយ

នៃជួរទី 63 គឺ $\frac{63(63+1)}{2}=2016$ ។

ម្យ៉ាងទៀតតាមការតំរៀបគេឃើញថា បើលេខមួយនៅ

ក្នុងជួរទី n នោះលេខដែលស្ថិតពីក្រោមវាគឺត្រូវធំជាងវា

ចំនួន n ។

ដូចនេះ លេខដែលស្ថិតនៅក្រោមលេខ 2012 គឺ

$2012+63=\boxed{2075}$ ។

28. គេឲ្យចំនួន $A=123456789101112.....998999$ ដែល
ក្នុងចំនួននេះគេសរសេរលេខពី 1 ដល់ 999 តគ្នា ។ តើលេខ
ប៉ុន្មានដែលស្ថិតនៅទីតាំងទី 2012 គិតពីឆ្វេងដៃ ?

✍ <u>*ដំណោះស្រាយ*</u>

គេដឹងថា

ពី 1 ដល់ 9 មាន 9 លេខ

ពី 10 ដល់ 99 មាន $2\times 90=180$ លេខ

ពី 100 ដល់ 606 មាន $3\times 607=1821$ លេខ

សរុបពី 1 ដល់ 606 មាន $9+180+1821=2010$ លេខ

នោះនៅសល់ 2 លេខ ទើបដល់លេខនៅខ្ទង់ទី 2012 គឺ
ត្រូវនឹងលេខ 0 ព្រោះ 2 លេខទៀតដែលបន្តបន្ទាប់គឺ 2 0 ។

ដូចនេះ $\boxed{\text{លេខដែលស្ថិតនៅទីតាំងទី 2012 គឺលេខ 0}}$ ។

29. ចូរគណនា

ក. $2011^3 - 2010 \cdot 2011^2 - 2010^2 \cdot 2011 + 2010^3$

ខ. $403^5 - 402^2(403^3 + 2 \cdot 403^2 + 3 \cdot 403 + 4)$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

ក. $2011^3 - 2010 \cdot 2011^2 - 2010^2 \cdot 2011 + 2010^3$

$= 2011^2(2011 - 2010) - 2010^2(2011 - 2010)$

$= 2011^2 - 2010^2$

$= (2011 - 2010)(2011 + 2010)$

$= \boxed{4021}$

ខ. $403^5 - 402^2(403^3 + 2 \cdot 403^2 + 3 \cdot 403 + 4)$

$= 403^5 - (403 - 1)^2(403^3 + 2 \cdot 403^2 + 3 \cdot 403 + 4)$

$= 403^5 - (403^2 - 2 \cdot 403 + 1)(403^3 + 2 \cdot 403^2 + 3 \cdot 403 + 4)$

$= 403^5 - (403^5 + 2 \cdot 403^4 + 3 \cdot 403^3 + 4 \cdot 403^2$

$- 2 \cdot 403^4 - 4 \cdot 403^3 - 6 \cdot 403^2 - 8 \cdot 403$

$+ 403^3 + 2 \cdot 403^2 + 3 \cdot 403 + 4)$

$= 403^5 - (403^5 - 5 \cdot 403 + 4)$

$= 403^5 - 403^5 + 5 \cdot 403 - 4$

$= 2015 - 4 = \boxed{2011}$

30. ចូរគណនាកន្សោម

$$S=(625)^{0.25}+(32)^{0.20}+(9)^{0.50}-(4)^{1.50}$$ ។

✍ដំណោះស្រាយ

$$S=(5^4)^{\frac{1}{4}}+(2^5)^{\frac{1}{5}}+(3^2)^{\frac{1}{2}}-(2^2)^{\frac{3}{2}}$$ ។

$$=5+2+3-8=\boxed{2}$$

31. គណនា

$$A=2011(2012^5+2012^4+2012^3+2012^2+2013)+1$$

✍ដំណោះស្រាយ

$$A=(2012-1)(2012^5+2012^4+2012^3+2012^2+2012+1)+1$$

$$=2012^6+2012^5+2012^4+2012^3+2012^2+2012$$

$$-2012^5-2012^4-2012^3-2012^2-2012-1+1$$

$$=\boxed{2012^6}$$

32. គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $A=\dfrac{35(27^8+2\times 9^{11})}{15(81^6-12\times 3^{19})}$ ។

✍ដំណោះស្រាយ

$$A=\frac{35(27^8+2\times 9^{11})}{15(81^6-12\times 3^{19})}$$



$$=\frac{5\times 7[(3^3)^8+2\times(3^2)^{11}]}{3\times 5[(3^4)^6-4\times 3\times 3^{19}]}$$

$$=\frac{7(3^{24}+2\times 3^{22})}{3(3^{24}-4\times 3^{20})}$$

$$=\frac{7\times 3^{22}(3^2+2)}{3\times 3^{20}(3^4-4)}$$

$$=\frac{7\times 3(11)}{81-4}=\boxed{3}$$

33. គណនាផលបូក

$$A=\frac{1}{a(a+1)}+\frac{1}{(a+1)(a+2)}+\dots+\frac{1}{(a+2011)(a+2012)}$$

✍ដំណោះស្រាយ

$$A=\frac{1}{a}-\frac{1}{a+1}+\frac{1}{a+1}-\frac{1}{a+2}+\dots+\frac{1}{a+2011}-\frac{1}{a+2012}$$

$$=\frac{1}{a}-\frac{1}{a+2012}=\boxed{\frac{2012}{a(a+2012)}}$$

34. គណនា

ក. $A=\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}$

ខ. $B=\frac{1}{15}+\frac{1}{35}+\frac{1}{63}+\frac{1}{99}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

ក. $A=\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}$

$A=\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{7}\right)+\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{8}\right)+\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{9}\right)+\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{10}\right)$

$=\frac{1}{6}-\frac{1}{10}=\frac{5-3}{30}=\boxed{\frac{1}{15}}$

ខ. $B=\frac{1}{15}+\frac{1}{35}+\frac{1}{63}+\frac{1}{99}$

$B=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{9}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{11}\right)$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}-\frac{1}{11}\right)$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{11}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{11-3}{33}\right)=\boxed{\frac{4}{33}}$

35. គណនាផលបូកដោយមិនប្រើឧបករណ៍គិតលេខ៖

$S=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+\frac{1}{35}+\cdots+\frac{1}{9999}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ



$$S=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+\frac{1}{35}+\cdots+\frac{1}{9999}$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\cdots+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{99}-\frac{1}{101}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots+\frac{1}{99}-\frac{1}{101}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{101}\right)=\boxed{\frac{50}{101}}$$

36. គេឲ្យ

$$A=\frac{1}{1\times 2}+\frac{2}{1\times 2\times 3}+\frac{3}{1\times 2\times 3\times 4}+\cdots+\frac{2011}{1\times 2\times 3\times\cdots\times 2012}$$

បង្ហាញថា $A=1-\dfrac{1}{1\times 2\times 3\times\cdots\times 2012}$ ។

✍ <u>ដំណោះស្រាយ</u>

$$A=\frac{1}{1\times 2}+\frac{2}{1\times 2\times 3}+\frac{3}{1\times 2\times 3\times 4}+\cdots+\frac{2011}{1\times 2\times 3\times\cdots\times 2012}$$

$$=\frac{1}{1}-\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{1\times 2}-\frac{1}{1\times 2\times 3}+\cdots$$

$$+\frac{1}{1\times 2\times 3\times\cdots\times 2011}-\frac{1}{1\times 2\times 3\times\cdots\times 2012}$$

$$=\frac{1}{1}-\frac{1}{1\times 2\times 3\times\cdots\times 2012}=1-\frac{1}{1\times 2\times 3\times\cdots\times 2012}$$



ដូចនេះ $\boxed{A=1-\dfrac{1}{1\times 2\times 3\times\cdots\times 2012}}$ ។

37. គណនាផលបូកខាងក្រោម

$$S=\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}}+\frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{2013\sqrt{2012}+2012\sqrt{2013}}$$

✍ <u>*ដំណោះស្រាយ*</u>

គេដឹងថា $\dfrac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}}=\dfrac{1}{\sqrt{n}\sqrt{n+1}(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})}$

$$=\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n}\sqrt{n+1}(n+1-n)}$$

$$=\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n}\sqrt{n+1}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{n}}-\frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

គេបាន $S=\dfrac{1}{\sqrt{1}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\ldots+\dfrac{1}{\sqrt{2012}}-\dfrac{1}{\sqrt{2013}}$

$$S=1-\frac{1}{\sqrt{2013}}=\boxed{\frac{2013-\sqrt{2013}}{2013}}$$ ។

38. ចូរបំបែកជាផលគុណកត្តា

$P=x^4+2012x^2+2011x+2012$ ។



✍ ដំណោះស្រាយ

$$P = x^4 + 2012x^2 + 2011x + 2012$$
$$= x^4 - x + 2012x^2 + 2012x + 2012$$
$$= x(x^3 - 1) + 2012(x^2 + x + 1)$$
$$= x(x-1)(x^2 + x + 1) + 2012(x^2 + x + 1)$$
$$= (x^2 + x + 1)(x(x-1) + 2012)$$
$$= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 2012)$$

39. ចូរបំបែកជាផលគុណកត្តានៃកន្សោមខាងក្រោម៖

ក. $P = a^3 + 4a^2 - 29a + 24$

ខ. $S = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

ក. $P = a^3 + 4a^2 - 29a + 24$

$$P = a^3 - a^2 + 5a^2 - 5a - 24a + 24$$
$$= a^2(a-1) + 5a(a-1) - 24(a-1)$$
$$= (a-1)(a^2 + 5a - 24)$$
$$= (a-1)(a^2 - 3a + 8a - 24)$$
$$= (a-1)(a(a-3) + 8(a-3))$$
$$= (a-1)(a-3)(a+8)$$

ខ. $S = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

$$S = x^3 + x^2 + 5x^2 + 5x + 6x + 6$$

$$= x^2(x+1)+5x(x+1)+6(x+1)$$
$$= (x+1)(x^2+5x+6)$$
$$= (x+1)(x^2+2x+3x+6)$$
$$= (x+1)(x(x+2)+3(x+2))$$
$$= (x+1)(x+2)(x+3)$$

40. ដាក់កន្សោមជាផលគុណនៃបីកត្តា:

$$P = ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

$$P = ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$$
$$= a^2b-ab^2+b^2c-bc^2+c^2a-ca^2$$
$$= a^2b-bc^2+b^2c-ab^2+c^2a-ca^2$$
$$= b(a-c)(a+c)+b^2(c-a)+ca(c-a)$$
$$= (c-a)(-b(a+c)+b^2+ca)$$
$$= (c-a)(-ab-bc+b^2+ca)$$
$$= (c-a)[b(b-a)-c(b-a)]$$
$$\boxed{P = (c-a)(b-a)(b-c)}$$

41. គេឲ្យ $P(x) = (1+x+x^2+\cdots+x^{2012})^2 - x^{2012}$ ។

ចូរសរសេរ $P(x)$ ជារាង $R(x)\cdot Q(x)$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ



គេមាន $P(x)=(1+x+x^2+\cdots+x^{2012})^2-x^{2012}$

គេបាន $P(x)=(1+x+x^2+\cdots+x^{2012})^2-(x^{1006})^2$

$=(1+x+\cdots+x^{2012}-x^{1006})(1+x+\cdots+x^{2012}+x^{1006})$

$=(1+x+\cdots+x^{1005}+x^{1007}+\cdots+x^{2012})\times(1+x+\cdots$

$\cdots+2x^{1006}+\cdots+x^{2012})$

42. បើ $A=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\frac{1}{81}$ និង $B=1+\frac{1}{3}A$ ។ តើ B លើស A ប៉ុន្មាន?

✍ <u>ដំណោះស្រាយ</u>

$$B=1+\frac{1}{3}A=1+\frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\frac{1}{81}\right)$$

$$=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\frac{1}{81}+\frac{1}{243}=A+\frac{1}{243}$$

ដូចនេះ B លើស A $\frac{1}{243}$ ។

43. សរសេរចំនួន 93 ជាផលបូកនៃស្វ័យគុណគោល 3 ។

✍ <u>ដំណោះស្រាយ</u>

$$93=81+12$$

$$=81+9+3=\boxed{3^4+3^2+3}$$ ។

44. សរសេរចំនួន 70 ជាផលបូកនៃស្វ័យគុណគោល 2 ។

✍ ដំណោះស្រាយ

$$70 = 64 + 6$$

$$= 64 + 4 + 2 = \boxed{2^6 + 2^2 + 2}$$

45. គេឲ្យ $a > b > 0$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ $3a^2 + 3b^2 = 10ab$ ។ រកតម្លៃនៃកន្សោម $P = \dfrac{a-b}{a+b}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

$P = \dfrac{a-b}{a+b}$ នោះ $P^2 = \left(\dfrac{a-b}{a+b}\right)^2 = \dfrac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 + 2ab + b^2}$

$$P^2 = \frac{3(a^2 + b^2 - 2ab)}{3(a^2 + b^2 + 2ab)}$$

$$= \frac{3a^2 + 3b^2 - 6ab}{3a^2 + 3b^2 + 6ab}$$

$$= \frac{10ab - 6ab}{10ab + 6ab}$$

$$= \frac{4ab}{16ab} = \frac{1}{4}$$

$$P = \sqrt{\frac{1}{4}} = \boxed{\frac{1}{2}} \quad (a > b > 0)$$

46. គេឲ្យ $x > y > 0$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ $2x^2 + 2y^2 = 5xy$ ។ រកតម្លៃនៃកន្សោម $S = \frac{x+y}{x-y}$ ។

✍ <u>ដំណោះស្រាយ</u>

$$S = \frac{x+y}{x-y} \text{ នោះ } S^2 = \left(\frac{x+y}{x-y}\right)^2 = \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 - 2xy + y^2}$$

$$S^2 = \frac{2(x^2 + y^2 + 2xy)}{2(x^2 + y^2 - 2xy)}$$

$$= \frac{2x^2 + 2y^2 + 4xy}{2x^2 + 2y^2 - 4xy}$$

$$= \frac{5xy + 4xy}{5xy - 4xy}$$

$$= \frac{9xy}{xy} = 9$$

$$S = \sqrt{9} = \boxed{3} \quad (x > y > 0)$$

47. គេឲ្យ $ab = 1$។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា:

$$a^5 + b^5 = (a^3 + b^3)(a^2 + b^2) - (a+b) \text{ ។}$$

✍ <u>ដំណោះស្រាយ</u>

$$(a^3 + b^3)(a^2 + b^2) - (a+b)$$

$$= a^5 + a^3b^2 + a^2b^3 + b^5 - a - b$$



$$= a^5 + (ab)^2 a + (ab)^2 b + b^5 - a - b$$

$$= a^5 + (1)^2 a + (1)^2 b + b^5 - a - b \ , (ab = 1)$$

$$= a^5 + a + b + b^5 - a - b$$

$$= a^5 + b^5$$

48. គេឲ្យបីចំនួន a,b,c ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $abc = 2012$ ។
ចូរគណនាតម្លៃនៃកន្សោម

$$P = \frac{2012a}{ab + 2012a + 2012} + \frac{b}{bc + b + 2012} + \frac{c}{ac + c + 1}$$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

$$P = \frac{2012a}{ab + 2012a + 2012} + \frac{b}{bc + b + 2012} + \frac{c}{ac + c + 1}$$

$$= \frac{a^2bc}{ab + a^2bc + abc} + \frac{b}{bc + b + abc} + \frac{c}{ac + c + 1}$$

(ព្រោះ $abc = 2012$)

$$= \frac{a^2bc}{ab + a^2bc + abc} + \frac{b}{bc + b + abc} + \frac{c}{ac + c + 1}$$

$$= \frac{ab \cdot ac}{ab(1 + ac + c)} + \frac{b}{b(c + 1 + ac)} + \frac{c}{ac + c + 1}$$

$$= \frac{ac}{1 + ac + c} + \frac{1}{c + 1 + ac} + \frac{c}{ac + c + 1}$$

$$= \frac{1 + c + ac}{1 + c + ac} = \boxed{1}$$

49. គេឲ្យបីចំនួន a,b,c ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ $abc=1$ ។
ចូរគណនាតម្លៃនៃកន្សោម

$$S=\frac{1}{1+a+ab}+\frac{1}{1+b+bc}+\frac{1}{1+c+ca}$$ ។

✍ <u>ដំណោះស្រាយ</u>

$$S=\frac{1}{1+a+ab}+\frac{1}{1+b+bc}+\frac{1}{1+c+ca}$$

$$=\frac{abc}{abc+a+ab}+\frac{abc}{abc+b+bc}+\frac{1}{1+c+ca}$$

(ព្រោះ $abc=1$)

$$=\frac{abc}{a(bc+1+b)}+\frac{abc}{b(ac+1+c)}+\frac{1}{1+c+ca}$$

$$=\frac{bc}{bc+1+b}+\frac{ac}{ac+1+c}+\frac{1}{1+c+ca}$$

$$=\frac{bc}{bc+abc+b}+\frac{ac}{ac+1+c}+\frac{1}{1+c+ca}$$

$$=\frac{bc}{b(c+ac+1)}+\frac{ac}{ac+1+c}+\frac{1}{1+c+ca}$$

$$=\frac{c}{1+c+ca}+\frac{ca}{1+c+ca}+\frac{1}{1+c+ca}$$

$$=\frac{1+c+ca}{1+c+ca}=\boxed{1}$$

50. គេឲ្យបួនចំនួនគត់ធម្មជាតិ a, b, c, d ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់



$\begin{cases} a+b=c+d \\ ab+1=cd \end{cases}$ ។ បង្ហាញថា $c=d$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

គេបាន $\begin{cases} a+b=c+d & (1) \\ ab+1=cd & (2) \end{cases}$

តាម(1)នាំឲ្យ $a=c+d-b$ ជំនួសក្នុង(2)គេបាន

$(c+d-b)b+1=cd$

$bc+bd-b^2-cd=-1$

$bc-b^2+bd-cd=-1$

$b(c-b)-d(c-b)=-1$

$(c-b)(b-d)=-1$

ដោយ a, b, c, d ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ គេទាញបាន

$\begin{cases} c-b=1 \\ b-d=-1 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} c-b=-1 \\ b-d=1 \end{cases}$

- ករណី $\begin{cases} c-b=1 \\ b-d=-1 \end{cases}$

  គេបាន $c-b=-(b-d)$ នាំឲ្យ $c=d$

- ករណី $\begin{cases} c-b=-1 \\ b-d=1 \end{cases}$

  គេបាន $c-b=-(b-d)$ នាំឲ្យ $c=d$

ដូចនេះ សរុបមក $\boxed{c=d}$ ។



51. គេឲ្យ $a+b+c=1$ និង $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$ ។

បង្ហាញថា $a^2+b^2+c^2=1$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

$a+b+c=1$ នោះ $(a+b+c)^2=1$

$a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)=1$

$a^2+b^2+c^2=1-2(ab+bc+ca)$

តែ $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$ នោះ $\frac{bc+ca+ab}{abc}=0$

$bc+ca+ab=0$

គេបាន $a^2+b^2+c^2=1-2(0)=\boxed{1}$ ។

52. គេឲ្យ $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=2$ និង $a+b+c=abc$ ។

ចូរស្រាយបំភ្លឺថា: $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=2$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=2$ នោះ $\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)^2=4$



$$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+2\left(\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ca}\right)=4$$

$$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=4-2\left(\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ca}\right)$$

$$=4-2\left(\frac{c+a+b}{abc}\right)$$

$$=4-2\left(\frac{abc}{abc}\right) \quad , \ (a+b+c=abc)$$

$$=4-2=\boxed{2}$$

53. ស្រាយបញ្ជាក់ថាបើ a, b, c ជាបីចំនួនដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $a+b+c=2012$ និង $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{2012}$ នោះគេបានក្នុងចំណោមចំនួនទាំងបី a, b, c មានចំនួនមួយស្មើនឹង 2012 ។

✍ ដំណោះស្រាយ

គេបាន $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{a+b+c}$ ព្រោះ $2012=a+b+c$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}-\frac{1}{a+b+c}=0$$

$$\frac{a+b}{ab}+\frac{a+b}{c(a+b+c)}=0$$

$$(a+b)\left(\frac{1}{ab}+\frac{1}{c(a+b+c)}\right)=0$$



$$(a+b)\left(\frac{1}{ab}+\frac{1}{c(a+b+c)}\right)=0$$

$$(a+b)\left(ca+c^2+bc+ab\right)=0$$

ដែល $a,b,c\neq 0$, $a+b+c\neq 0$

$$(a+b)\left(c(a+c)+b(c+a)\right)=0$$

$$(a+b)(a+c)(b+c)=0$$

គេទាញបាន $a+b=0$ ឬ $a+c=0$ ឬ $b+c=0$

- ករណី $a+b=0$

ដោយ $a+b+c=2012$ នោះ $c=2012$

- ករណី $a+c=0$

ដោយ $a+b+c=2012$ នោះ $b=2012$

- ករណី $b+c=0$

ដោយ $a+b+c=2012$ នោះ $a=2012$

ដូចនេះ ក្នុងចំណោមចំនួនទាំងបី a, b, c មានចំនួនមួយស្មើនឹង 2012 ។

54. គេឲ្យបីចំនួនផ្សេងគ្នា a, b, c ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $ab+bc+ca=1$ ។ គណនាតម្លៃនៃកន្សោមខាងក្រោម:

ក. $A=\dfrac{(a+b)^2(b+c)^2(c+a)^2}{(1+a^2)(1+b^2)(1+c^2)}$

ខ. $B=\dfrac{(a^2+2bc-1)(b^2+2ca-1)(c^2+2ab-1)}{(a-b)^2(b-c)^2(c-a)^2}$ ។

✍ដំណោះស្រាយ

ក. $A=\dfrac{(a+b)^2(b+c)^2(c+a)^2}{(1+a^2)(1+b^2)(1+c^2)}$

ដោយ $ab+bc+ca=1$ គេបាន

• $1+a^2=ab+bc+ca+a^2$

$=b(a+c)+a(c+a)=(a+b)(a+c)$

• $1+b^2=ab+bc+ca+b^2$

$=a(b+c)+b(b+c)=(a+b)(b+c)$

• $1+c^2=ab+bc+ca+c^2$

$=b(a+c)+c(a+c)=(b+c)(a+c)$

នាំឲ្យ

$$A=\frac{(a+b)^2(b+c)^2(c+a)^2}{(a+b)(a+c)(a+b)(b+c)(b+c)(a+c)}=\boxed{1}$$

ខ. $B=\dfrac{(a^2+2bc-1)(b^2+2ca-1)(c^2+2ab-1)}{(a-b)^2(b-c)^2(c-a)^2}$

ដោយ $ab+bc+ca=1$ គេបាន

• $a^2+2bc-ab-bc-ca=a^2-ab+bc-ca$

$=a(a-b)-c(a-b)$

$=(a-b)(a-c)$



- $b^2+2ca-ab-bc-ca=b^2-ab-bc+ca$

$$=b(b-a)-c(b-a)$$
$$=(b-a)(b-c)$$

- $c^2+2ab-ab-bc-ca=c^2-bc+ab-ca$

$$=-c(b-c)+a(b-c)$$
$$=(b-c)(a-c)$$

នាំឲ្យ $B=-\dfrac{(a-b)^2(a-c)^2(b-c)^2}{(a-b)^2(b-c)^2(c-a)^2}=\boxed{-1}$

55. គេឲ្យ $a+b+c=0$ និង $a^2+b^2+c^2=14$ ។

គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $P=a^4+b^4+c^4$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

- $a^2+b^2+c^2=14$

$$(a^2+b^2+c^2)^2=14^2=196$$
$$a^4+b^4+c^4+2a^2b^2+2b^2c^2+2c^2a^2=196$$
$$a^4+b^4+c^4=196-2(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)\quad(1)$$

- $a+b+c=0$

$$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca=0$$
$$14+2(ab+bc+ca)=0$$
$$ab+bc+ca=-7$$
$$(ab+bc+ca)^2=49$$
$$a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2ab^2c+2bc^2a+2ca^2b=49$$

$$a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2abc(\underbrace{a+b+c}_{0})=49$$

$$a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2=49 \quad (2)$$

យក (2) ជំនួសក្នុង (1) គេបាន

$$a^4+b^4+c^4=196-2(49)=196-98=\boxed{98}$$ ។

56. គេឲ្យ $x=by+cz$, $y=ax+cz$, $z=ax+by$ និង $x+y+z\neq 0$ ។

គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $S=\frac{1}{1+a}+\frac{1}{1+b}+\frac{1}{1+c}$ ។

✍ <u>ដំណោះស្រាយ</u>

គេមាន $x=by+cz$, $y=ax+cz$, $z=ax+by$

គេបាន $x+y+z=by+cz+ax+cz+ax+by$

$$x+y+z=2(ax+by+cz) \quad (*)$$

ជំនួស $by+cz=x$ ក្នុង(*)គេបាន

$$x+y+z=2(ax+x)=2x(a+1)$$

$$\frac{1}{1+a}=\frac{2x}{x+y+z}$$

ដូចគ្នាជំនួស $ax+cz=y$ និង $ax+by=z$ ក្នុងសមីការ(*)

គេបាន $\frac{1}{1+b}=\frac{2y}{x+y+z}$ និង $\frac{1}{1+c}=\frac{2z}{x+y+z}$

នាំឲ្យ $S=\frac{1}{1+a}+\frac{1}{1+b}+\frac{1}{1+c}$

$$= \frac{2x}{x+y+z} + \frac{2y}{x+y+z} + \frac{2z}{x+y+z}$$

$$= \frac{2(x+y+z)}{x+y+z} = \boxed{2}$$ ។

57. គេឲ្យ $\frac{x^4}{a} + \frac{y^4}{b} = \frac{1}{a+b}$ និង $x^2 + y^2 = 1$ ។ ស្រាយថា៖

ក. $bx^2 = ay^2$

ខ. $\frac{x^{2012}}{a^{1006}} + \frac{y^{2012}}{b^{1006}} = \frac{2}{(a+b)^{1006}}$ ។

✍ដំណោះស្រាយ

ក. $bx^2 = ay^2$

$$\frac{x^4}{a} + \frac{y^4}{b} = \frac{1}{a+b} = \frac{(x^2+y^2)^2}{a+b} \quad , \ (x^2+y^2=1)$$

$$\frac{bx^4 + ay^4}{ab} = \frac{x^4 + 2x^2y^2 + y^4}{a+b}$$

$$(a+b)(bx^4 + ay^4) = ab(x^4 + 2x^2y^2 + y^4)$$

$$abx^4 + a^2y^4 + b^2x^4 + aby^4 = abx^4 + 2abx^2y^2 + aby^4$$

$$a^2y^4 + b^2x^4 - 2abx^2y^2 = 0$$

$$(ay^2 - bx^2)^2 = 0$$

$$ay^2 - bx^2 = 0$$

$$\boxed{bx^2 = ay^2}$$

ខ. $\frac{x^{2012}}{a^{1006}}+\frac{y^{2012}}{b^{1006}}=\frac{2}{(a+b)^{1006}}$

$bx^2=ay^2$ នាំឲ្យ $\frac{x^2}{a}=\frac{y^2}{b}$

$$\frac{x^2}{a}=\frac{y^2}{b}=\frac{x^2+y^2}{a+b}=\frac{1}{a+b} \quad , (x^2+y^2=1)$$

គេបាន $\begin{cases}\frac{x^2}{a}=\frac{1}{a+b}\\ \frac{y^2}{b}=\frac{1}{a+b}\end{cases}$ នោះ $\begin{cases}\frac{x^{2012}}{a^{1006}}=\frac{1}{(a+b)^{1006}}\\ \frac{y^{2012}}{b^{1006}}=\frac{1}{(a+b)^{1006}}\end{cases}$

ដូច្នេះ $\boxed{\frac{x^{2012}}{a^{1006}}+\frac{y^{2012}}{b^{1006}}=\frac{2}{(a+b)^{1006}}}$ ។

58. គេឲ្យ $a+b+c+d=0$ ។

បង្ហាញថា $a^3+b^3+c^3+d^3=3(c+d)(ab-cd)$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

ដោយ $a+b+c+d=0$ គេបាន

$(a+b)=-(c+d)$

$(a+b)^3=-(c+d)^3$

$a^3+b^3+3ab(a+b)=-c^3-d^3-3cd(c+d)$

$a^3+b^3+c^3+d^3=-3ab(a+b)-3cd(c+d)$

$=3ab(c+d)-3cd(c+d)$

ព្រោះ $a+b=-(c+d)$

$=a(c+d)(ab-cd)$

ដូចនេះ $\boxed{a^3+b^3+c^3+d^3=3(c+d)(ab-cd)}$ ។

59. គេឲ្យ $a+b+c=0$ ។

បង្ហាញថា $a^4+b^4+c^4=\frac{1}{2}(a^2+b^2+c^2)^2$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

ដោយ $a+b+c=0$ គេបាន $a+b=-c$

នាំឲ្យ $(a+b)^2=c^2$

$a^2+b^2+2ab=c^2$

$a^2+b^2-c^2=-2ab$

$(a^2+b^2-c^2)^2=4a^2b^2$

$a^4+b^4+c^4+2a^2b^2-2b^2c^2-2c^2a^2=4a^2b^2$

$a^4+b^4+c^4=2a^2b^2+2b^2c^2+2c^2a^2$

$2(a^4+b^4+c^4)=(a^2+b^2+c^2)^2$

$a^4+b^4+c^4=\frac{1}{2}(a^2+b^2+c^2)^2$

ដូចនេះ $\boxed{a^4+b^4+c^4=\frac{1}{2}(a^2+b^2+c^2)^2}$ ។

60. គេឲ្យបីចំនួន a, b, c ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $a+b+c=0$ និង $a^2+b^2+c^2=k$ ។

គណនា $a^4+b^4+c^4$ ជាអនុគមន៍នៃ k ។

✍ដំណោះស្រាយ

តាមលំហាត់ទី59 គេបាន

$$a^4+b^4+c^4=\frac{1}{2}(a^2+b^2+c^2)^2=\boxed{\frac{1}{2}k^2}$$ ។

61. គេឲ្យ $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=1$ និង $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ ។

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $xy+yz+zx=0$ ។

✍ដំណោះស្រាយ

គេមាន

$$\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}=\frac{x+y+z}{a+b+c}=\frac{x+y+z}{1}=x+y+z$$

គេបាន $(x+y+z)^2=\frac{x^2}{a^2}=\frac{y^2}{b^2}=\frac{z^2}{c^2}$

$$=\frac{x^2+y^2+z^2}{a^2+b^2+c^2}$$

$$=\frac{x^2+y^2+z^2}{1}$$

$$=x^2+y^2+z^2$$

$$x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)=x^2+y^2+z^2$$

$$2(xy+yz+zx)=0$$

$$xy+yz+zx=0$$

ដូចនេះ $\boxed{xy+yz+zx=0}$ ។

62. គេមានបីចំនួន a, b និង c ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា

$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

✍ *ដំណោះស្រាយ*

គេដឹងថា $(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$

គេបាន $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$

នាំឲ្យ

$$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b)^3-3ab(a+b)+c^3-3abc$$

$$=(a+b)^3+c^3-3ab(a+b+c)$$

$$=(a+b+c)[(a+b)^2-c(a+b)+c^2]-3ab(a+b+c)$$

$$=(a+b+c)(a^2+2ab+b^2-ca-bc+c^2-3ab)$$

$$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$$

$$\boxed{a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)}$$

63. គេឲ្យ a, b និង c ជាបីចំនួនវិជ្ជមាន ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $ab+bc+ca=0$ ។

បង្ហាញថា $(a+b)(b+c)(c+a)+abc=0$ ។

✍ *ដំណោះស្រាយ*

ដោយ $ab+bc+ca=0$ គេបាន

$$+\begin{cases} b(c+a) = -ca \\ a(b+c) = -bc \\ c(a+b) = -ab \end{cases}$$

$$abc(a+b)(b+c)(c+a) = -a^2b^2c^2$$

$$(a+b)(b+c)(c+a) = -abc \quad , abc \neq 0$$

$$\boxed{(a+b)(b+c)(c+a) + abc = 0}$$

64. គេឲ្យ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ដែល $a,b,c,d \neq 0$ និង $c+d \neq 0$ ។

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{ab}{cd} = \frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}$ ។

✍ *ដំណោះស្រាយ*

គេមាន $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ឬ $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d}$

ឬ $\frac{a}{c} = \frac{a+b}{c+d}$, $\frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d}$

គេបាន $\frac{a}{c} \cdot \frac{b}{d} = \frac{a+b}{c+d} \cdot \frac{a+b}{c+d}$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{ab}{cd} = \frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}}$ ។

65. គេឲ្យ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ និង $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0$ ។



គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $A=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

គេមាន $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ នាំឲ្យ $\left(\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}\right)^2=1$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}+2\left(\frac{xy}{ab}+\frac{yz}{bc}+\frac{zx}{ca}\right)=1$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}+2\left(\frac{cxy+ayz+bzx}{abc}\right)=1$$

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1-2\left(\frac{cxy+ayz+bzx}{abc}\right)$$

តែ $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}+\frac{c}{z}=0$

នាំឲ្យ $\frac{ayz+bzx+cxy}{xyz}=0$ នោះ $ayz+bzx+cxy=0$

ដូចនេះ $A=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1-2\left(\frac{0}{abc}\right)=\boxed{1}$

66. គេឲ្យបីចំនួន a, b និង c ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌទាំងបីខាងក្រោម៖ $a^2+2b+1=0$, $b^2+2c+1=0$ និង $c^2+2a+1=0$ ។

គណនាតម្លៃនៃផលបូក $S=a^{2011}+b^{2012}+c^{2013}$ ។



✍ ដំណោះស្រាយ

គេបាន $(a^2+2b+1)+(b^2+2c+1)+(c^2+2a+1)=0$

$$a^2+2a+1+b^2+2b+1+c^2+2c+1=0$$
$$(a+1)^2+(b+1)^2+(c+1)^2=0$$

គេទាញបាន $\begin{cases} a+1=0 \\ b+1=0 \\ c+1=0 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \\ c=-1 \end{cases}$

$$S=a^{2011}+b^{2012}+c^{2013}$$
$$=(-1)^{2011}+(-1)^{2012}+(-1)^{2013}$$
$$=-1+1-1=\boxed{-1}$$

67. គេឲ្យបីចំនួន a,b,c ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់

$a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=1$ និង $a^3+b^3+c^3=1$ ។

គណនាតម្លៃនៃកន្សោម $P=a^{2011}+b^{2012}+c^{2013}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

គេដឹងថា

$$(a+b+c)^3=a^3+b^3+c^3+3(a+b)(b+c)(c+a)$$

គេបាន $1^3=1+3(a+b)(b+c)(c+a)$

នាំឲ្យ $(a+b)(b+c)(c+a)=0$

គេទាញបាន $a+b=0$ ឬ $b+c=0$ ឬ $c+a=0$

» ករណី $a+b=0$ ហើយ $a+b+c=1$

នាំឲ្យ $c=1$, $a^2+b^2=0$ នោះ $a=0, b=0$

ដូចនេះ $P=(0)^{2010}+(0)^{2011}+(1)^{2012}=1$

» ករណី $b+c=0$ ហើយ $a+b+c=1$

នាំឲ្យ $a=1$, $b^2+c^2=0$ នោះ $b=0, c=0$

ដូចនេះ $P=(1)^{2010}+(0)^{2011}+(0)^{2012}=1$

» ករណី $c+a=0$ ហើយ $a+b+c=1$

នាំឲ្យ $b=1$, $a^2+c^2=0$ នោះ $a=0, c=0$

ដូចនេះ $P=(0)^{2010}+(1)^{2011}+(0)^{2012}=1$

សរុបមក $\boxed{P=1}$ ។

68. គេឲ្យ a, b, c ជារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណមួយ ។ ដោយដឹងថា $a^3+b^3+c^3-3abc=0$ ។ ចូរប្រាប់ប្រភេទនៃត្រីកោណនេះ ។

✍ *ដំណោះស្រាយ*

តាមវិសមភាព

$$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$$

គេបាន $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=0$

ដោយ $a+b+c>0$

នោះ $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

នាំឲ្យ $2(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=0$

$$2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca=0$$

$$a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2=0$$

$$(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$$

គេទាញបាន $\begin{cases} a-b=0 \\ b-c=0 \\ c-a=0 \end{cases}$, $\begin{cases} a=b \\ b=c \\ c=a \end{cases}$, $a=b=c$

ដូចនេះ ត្រីកោណនេះជាត្រីកោណសម័ង្ស ។

69. គេដឹងថា

$(a+b)^2+(a+3b)^2-4(a+b)-10(a+3b)+29=0$ ។

គណនាតម្លៃលេខនៃ $2a+4b$ ។

✍ដំណោះស្រាយ

$$(a+b)^2+(a+3b)^2-4(a+b)-10(a+3b)+29=0$$

$$(a+b)^2-4(a+b)+4+(a+3b)^2-10(a+3b)+25=0$$

$$(a+b-2)^2+(a+3b-5)^2=0$$

គេទាញបាន

$\begin{cases} a+b-2=0 \\ a+3b-5=0 \end{cases}$, $\begin{cases} a+b=2 \\ a+3b=5 \end{cases}$

$$2a+4b=7$$

ដូចនេះ $\boxed{2a+4b=7}$ ។



70. បើ $a+b+c=1$ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $a^2+b^2+c^2\geq\frac{1}{3}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

គេមាន $a+b+c=1$ នាំឲ្យ $(a+b+c)^2=1$

$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca=1$

$a^2+b^2+c^2=1-2ab-2bc-2ca \quad (*)$

ហើយ $\begin{cases}(a-b)^2\geq 0\\(b-c)^2\geq 0\\(c-a)^2\geq 0\end{cases}$, $\begin{cases}a^2+b^2\geq 2ab & (1)\\b^2+c^2\geq 2bc & (2)\\c^2+a^2\geq 2ca & (3)\end{cases}$

បូកអង្គនិងអង្គរវាង(1) , (2)និង(3) គេបាន

$2a^2+2b^2+2c^2\geq 2ab+2bc+2ca \quad (**)$

បូកអង្គនិងអង្គរវាង(*)និង(**) គេបាន

$3a^2+3b^2+3c^2\geq 1$, $a^2+b^2+c^2\geq\frac{1}{3}$

ដូចនេះ $\boxed{a^2+b^2+c^2\geq\frac{1}{3}}$ ។

71. គេឲ្យ a,b និង c ជាបីចំនួនវិជ្ជមានឬសូន្យ ។

ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $(a+b+c)^2\geq 3(ab+bc+ca)$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

គេដឹងថា $\begin{cases}(a-b)^2 \geq 0 \\ (b-c)^2 \geq 0 \\ (c-a)^2 \geq 0\end{cases}$, $\begin{cases}a^2+b^2 \geq 2ab & (1) \\ b^2+c^2 \geq 2bc & (2) \\ c^2+a^2 \geq 2ca & (3)\end{cases}$

បូកអង្គនិងអង្គរវាង (1) , (2) និង (3) គេបាន

$2a^2+2b^2+2c^2 \geq 2ab+2bc+2ca$

$$a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ca \quad (4)$$

បូកអង្គទាំងពីរនៃ (4) នឹង $2ab+2bc+2ca$ គេបាន

$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca \geq 3(ab+bc+ca)$

$$(a+b+c)^2 \geq 3(ab+bc+ca)$$

ដូចនេះ $\boxed{(a+b+c)^2 \geq 3(ab+bc+ca)}$ ។

72. គេមាន $a+b \geq 1$ ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $a^2+b^2 \geq \frac{1}{2}$ ។

✍ <u>ដំណោះស្រាយ</u>

គេមាន $a+b \geq 1$

នោះ $(a+b)^2 \geq 1$, $a^2+2ab+b^2 \geq 1$ (1)

តែ $(a-b)^2 \geq 0$, $a^2+b^2 \geq 2ab$ (2)

បូកអង្គនិងអង្គរវាង (1) និង (2) គេបាន

$a^2+2ab+b^2+a^2+b^2 \geq 1+2ab$

$$2(a^2+b^2) \geq 1$$



$$a^2+b^2\geq\frac{1}{2}$$

ដូចនេះ $\boxed{a^2+b^2\geq\frac{1}{2}}$ ។

73. គេមាន a,b ជាចំនួនវិជ្ជមានខុសពីសូន្យ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geq\frac{4}{a+b}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

គេដឹងថា $a^2+b^2\geq 2ab$

គេបាន $a^2+b^2+2ab\geq 4ab$

$$(a+b)^2\geq 4ab$$

$$\frac{a+b}{ab}\geq\frac{4}{a+b}$$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geq\frac{4}{a+b}$$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geq\frac{4}{a+b}}$ ។

74. គេមាន a , b , $c>0$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $a+b+c=1$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geq 9$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

គេមាន $a+b+c=1$



គេបាន

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$

$$=1+\frac{a}{b}+\frac{a}{c}+\frac{b}{a}+1+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}+\frac{c}{b}+1$$

$$=3+\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+\frac{b}{c}+\frac{c}{b}+\frac{c}{a}+\frac{a}{c}$$

តែ $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$, $\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\geq 2$, $\frac{c}{a}+\frac{a}{c}\geq 2$ (វិសមភាពកូស៊ី)

នាំឲ្យ $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geq 3+2+2+2=9$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geq 9}$ ។

75. គេឲ្យ $a\geq 0$, $b\geq 0$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $a^3+b^3\leq a-b$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $a^2+b^2\leq 1$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

ដោយ $a\geq 0$, $b\geq 0$ នោះ $a^3-b^3\leq a^3+b^3\leq a-b$

$$a^3-b^3\leq a-b$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)\leq a-b$$

$$a^2+ab+b^2\leq 1$$

តែ $a^2+b^2\leq a^2+ab+b^2$ ព្រោះ $a\geq 0$, $b\geq 0$

ដូចនេះ $\boxed{a^2+b^2\leq 1}$ ។

76. គេមាន a, b, c ជាចំនួនវិជ្ជមានខុសពីសូន្យ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{ab}{c}+\frac{ac}{b}+\frac{bc}{a}\geq a+b+c$ ។

✍ដំណោះស្រាយ

តាមវិសមភាពកូស៊ីគេបាន

$$\begin{cases}\frac{ab}{c}+\frac{ac}{b}\geq 2a \quad (1)\\ \frac{ab}{c}+\frac{bc}{a}\geq 2b \quad (2)\\ \frac{ac}{b}+\frac{bc}{a}\geq 2c \quad (3)\end{cases}$$

បូកអង្គនិងអង្គរវាង (1) , (2)និង(3) គេបាន

$$2\left(\frac{ab}{c}+\frac{ac}{b}+\frac{bc}{a}\right)\geq 2(a+b+c)$$

$$\frac{ab}{c}+\frac{ac}{b}+\frac{bc}{a}\geq a+b+c$$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{ab}{c}+\frac{ac}{b}+\frac{bc}{a}\geq a+b+c}$ ។

77. គេមាន a, b, c ជាចំនួនវិជ្ជមានខុសពីសូន្យ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{a}{b^2}+\frac{b}{c^2}+\frac{c}{a^2}\geq\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ ។

✍ដំណោះស្រាយ



តាមវិសមភាពកូស៊ីគេបាន

$$\begin{cases} \frac{a}{b^2}+\frac{1}{a}\geq 2\cdot\frac{1}{b} & (1) \\ \frac{b}{c^2}+\frac{1}{b}\geq 2\cdot\frac{1}{c} & (2) \\ \frac{c}{a^2}+\frac{1}{c}\geq 2\cdot\frac{1}{a} & (3) \end{cases}$$

បូកអង្គនិងអង្គរវាង (1) , (2) និង (3) គេបាន

$$\frac{a}{b^2}+\frac{b}{c^2}+\frac{c}{a^2}+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\geq 2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$$

ដូចនេះ $\boxed{\frac{a}{b^2}+\frac{b}{c^2}+\frac{c}{a^2}\geq\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}$ ។

78. គេមាន a, b, c ជាចំនួនវិជ្ជមានខុសពីសូន្យ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $(ab+bc+ca)^2\geq 3abc(a+b+c)$ ។

✍ *ដំណោះស្រាយ*

គេដឹងថា

$$\begin{cases} a^2b^2+b^2c^2\geq 2ab^2c & (1) \\ b^2c^2+c^2a^2\geq 2abc^2 & (2) \\ c^2a^2+a^2b^2\geq 2a^2bc & (3) \end{cases}$$

បូកអង្គនិងអង្គរវាង(1) , (2)និង(3) គេបាន

$2a^2b^2 + 2b^2c^2 + 2c^2a^2 \geq 2abc(a+b+c)$

$a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \geq abc(a+b+c) \quad (4)$

បូកអង្គទាំងពីរនៃ (4) នឹង $2abc(a+b+c)$ គេបាន

$(ab+bc+ca)^2 \geq 3abc(a+b+c)$

ដូចនេះ $\boxed{(ab+bc+ca)^2 \geq 3abc(a+b+c)}$ ។

79. ចំពោះ $a, b > 0$

ចូរបង្ហាញថា $\dfrac{a}{a^4+b^2} + \dfrac{b}{a^2+b^4} \leq \dfrac{1}{ab}$ ។

✍ដំណោះស្រាយ

គេដឹងថា $a^4 + b^2 \geq 2a^2b$ និង $a^2 + b^4 \geq 2ab^2$

គេបាន $\dfrac{a}{a^4+b^2} \leq \dfrac{a}{2a^2b} = \dfrac{1}{2ab} \quad (1)$

និង $\dfrac{b}{a^2+b^4} \leq \dfrac{b}{2ab^2} = \dfrac{1}{2ab} \quad (2)$

បូក (1) និង (2) គេបាន

$$\frac{a}{a^4+b^2} + \frac{b}{a^2+b^4} \leq \frac{1}{2ab} + \frac{1}{2ab} = \frac{1}{ab}$$

ដូចនេះ $\boxed{\dfrac{a}{a^4+b^2} + \dfrac{b}{a^2+b^4} \leq \dfrac{1}{ab}}$ ។



80. រកលេខដែលត្រូវជំនួសឲ្យអក្សរក្នុងប្រមាណវិធីបូកខាងក្រោមឲ្យបានត្រឹមត្រូវ៖

$$\begin{array}{r} TWO \\ + \; TWO \\ \hline FOUR \end{array}$$

គេឲ្យ $W=2$ និង $R=6$ ។

✍ <u>ដំណោះស្រាយ</u>

- គេមាន $W=2$ និង $R=6$

នោះប្រមាណវិធីទៅជា

$$\begin{array}{r} T2O \\ + \; T2O \\ \hline FOU6 \end{array}$$

- ដោយ $TWO<1000$ គេបាន $TWO+TWO<2000$

នោះ $FOUR<2000$ គេទាញបាន $F=1$

នោះប្រមាណវិធីទៅជា

$$\begin{array}{r} T2O \\ + \; T2O \\ \hline 1OU6 \end{array}$$

- ដោយ $O+O=6$ ឬ $O+O=16$

គេបាន $O=3$ ឬ $O=8$

តែ $T+T=10+O$ គេបាន O ជាលេខគូ ព្រោះគ្មានត្រាទុកពីខ្ទង់ដប់ទេ ។ ហេតុនេះគេបាន $O=8$ និង $T=9$

ហើយ $U = 2+2+1 = 5$ ។

ដូចនេះ ប្រមាណវិធីទៅជា

$$\begin{array}{r} 928 \\ + \ 928 \\ \hline 1856 \end{array}$$

81. រកលេខដែលត្រូវជំនួសឲ្យអក្សរក្នុងប្រមាណវិធីបូកខាងក្រោមឲ្យបានត្រឹមត្រូវ៖

$$\begin{array}{r} EAT \\ + \ THAT \\ \hline APPLE \end{array}$$

✍ *ដំណោះស្រាយ*

- ដោយ $EAT < 1000$ និង $THAT < 10000$ គេបាន $EAT + THAT < 11000$ នោះ $APPLE < 11000$ ហើយ $APPLE > 9999$ គេទាញបាន $A = 1$ ហើយ ខ្ទង់ពាន់ $T = 9$ និងទទួលត្រាទុកពីខ្ទង់រយ 1 ។ គេបានប្រមាណវិធីទៅជា:

$$\begin{array}{r} E19 \\ + \ 9H19 \\ \hline 1PPLE \end{array}$$



- តាមប្រមាណវិធីគេបាន $E=8$ បានមកពី $9+9$ ហើយ $L=1+1+1$ (បានទទួលត្រាទុក1 ពីខ្ទង់រាយ) និង $P=0$ (9 បូកនឹងត្រាទុក1 ពីខ្ទង់រយ) ។ គេបានប្រមាណវិធីទៅជា:

$$\begin{array}{r} 819 \\ +\ 9H19 \\ \hline 10038 \end{array}$$

- តាមប្រមាណវិធីគេបាន $H=2$ ទើបអាចបូកជាមួយ 8 ទទួលបាន 10 ។

ដូចនេះប្រមាណវិធីទៅជា:

$$\begin{array}{r} 819 \\ +\ 9219 \\ \hline 10038 \end{array}$$

82. រកលេខដែលត្រូវជំនួសឲ្យអក្សរក្នុងប្រមាណវិធីបូកខាងក្រោមឲ្យបានត្រឹមត្រូវ៖

$$\begin{array}{r} COCA \\ +\ COLA \\ \hline OASIS \end{array}$$

✍ *ដំណោះស្រាយ*

- ដោយ $COCA<10000$ និង $COLA<10000$

គេបាន $COCA+COLA<10000$ នោះ $OASIS<20000$ ហើយ $OASIS>9999$ គេទាញបាន $O=1$ ។ គេបាន ប្រមាណវិធីទៅជា:

$$\begin{array}{r} C1CA \\ +\; C1LA \\ \hline 1ASIS \end{array}$$

- តាមប្រមាណវិធីគេបាន $S=1+1$ ឬ $S=1+1+1$ (មានត្រាទុក1ពីខ្ទង់រយ) តែ $S=A+A$ ឬ $S+10=A+A$ នោះ S ជាចំនួនគូ ហេតុគេទាញបាន $S=2$ ហើយ $A=6$ ព្រោះ $A\neq O$ ឬ $A\neq 1$ ។ គេបានប្រមាណវិធីទៅជា:

$$\begin{array}{r} C1C6 \\ +\; C1L6 \\ \hline 162I2 \end{array}$$

- តាមប្រមាណវិធីគេបាន $C+C=16$ គេបាន $C=8$ ។ គេបានប្រមាណវិធីទៅជា:

$$\begin{array}{r} 8186 \\ +\; 81L6 \\ \hline 162I2 \end{array}$$

- តាមប្រមាណវិធីគេបាន $8+L+1<10$ ព្រោះខ្ទង់រយមិនត្រូវការត្រាទុកទេ និងខ្ទង់ដប់នេះទទួលត្រាទុក1 ពីខ្ទង់រាយ ។ ហេតុនេះគេទាញបាន $L=0$ និង $I=9$ ។

ដូចនេះប្រមាណវិធីទៅជា:

$$\begin{array}{r} 8186 \\ +\ 8106 \\ \hline 16292 \end{array}$$

83. គេឲ្យបីចំនួនវិជ្ជមាន $a\,;b$ និង c ដោយដឹងថា a និង b សមាមាត្រនឹង $50\,;70$ ហើយ b និង c សមាមាត្រនឹង $7\,;9$ ។ គណនាចំនួន $a\,;b$ និង c បើគេដឹងថា $a-2b+3c=90$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

គេមាន $\begin{cases} \dfrac{a}{50}=\dfrac{b}{70} \\ \dfrac{b}{7}=\dfrac{c}{9} \end{cases}$, $\begin{cases} a=\dfrac{5}{7}b \\ c=\dfrac{9}{7}b \end{cases}$ តែ $a-2b+3c=90$

គេបាន $\dfrac{5}{7}b-2b+\dfrac{27}{7}b=90$

$$\frac{5b-14b+27b}{7}=90$$

$$18b=630$$

$$b=\frac{630}{18}=35$$

នាំឲ្យ $a=\dfrac{5}{7}(35)=25$, $b=\dfrac{9}{7}(35)=45$

ដូចនេះ $\boxed{a=25\,,\ b=35\,,\ c=45}$ ។

84. មធ្យមភាគនៃ n ចំនួនគត់ខុសពីសូន្យ $(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$ស្មើនឹង 22 ។ បើគេបន្ថែម 29 ទៅលើ n ចំនួនគត់ទាំងនោះ នោះមធ្យមភាគថ្មីគឺ 23។ តើគេមានចំនួនគត់ទាំងអស់ប៉ុន្មាន ?

✍ <u>*ដំណោះស្រាយ*</u>

គេដឹងថា $\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}=22$

នាំឲ្យ $x_1+x_2+\cdots+x_n=22n \quad (1)$

ហើយ $\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_n+29}{n+1}=23$

នាំឲ្យ $x_1+x_2+\cdots+x_n+29=23(n+1) \quad (2)$

យក (1) ជំនួសក្នុង (2) គេបាន

$$22n+29=23(n+1)$$

$$22n+29=23n+23$$

$$n=6$$

ដូចនេះ ចំនួនគត់ទាំងអស់មានចំនួន 6 ។

85. គេមានបន្ទះលោហៈមួយសន្លឹកដែលមានកំរាស់ $3mm$ ហើយមានទម្ងន់ $264kg$ ។ ចូររកផ្ទៃក្រឡានៃបន្ទះលោហៈនេះគិតជា m^2 ដោយដឹងថាម៉ាសមាឌនៃលោហៈនេះ $8kg/dm^3$ ។

✍ <u>*ដំណោះស្រាយ*</u>

តាមរូបមន្ត $V = S \times h \Rightarrow S = \frac{V}{h}$

ដែល S ផ្ទៃក្រឡានៃបន្ទះលោហៈ

V មាឌនៃបន្ទះលោហៈ

h កំរាស់នៃបន្ទះលោហៈ

តែ $\mu = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\mu}$

ដែល V មាឌនៃបន្ទះលោហៈ

μ ម៉ាសមាឌនៃបន្ទះលោហៈ

m ម៉ាសនៃបន្ទះលោហៈ

គេបាន $S = \frac{\frac{m}{\mu}}{h} = \frac{m}{\mu h}$

ដោយ $\mu = 8kg/dm^3 = 8 \cdot 10^3 kg/m^3$

$m = 264kg$

$h = 3mm = 3 \cdot 10^{-3} m$

នាំឲ្យ $S = \frac{264}{8 \cdot 10^3 \times 3 \cdot 10^{-3}} = \frac{264}{24} = \boxed{11m^2}$

86. បុរសម្នាក់បានសួរនារីម្នាក់ថា នាងមានអាយុប៉ុន្មាន? នាងមើលមុខបុរសទាំងមិនពេញចិត្ត ហើយឆ្លើយថា៖ ខ្ញុំចាស់ខ្លាំងណាស់ ព្រោះអាយុបច្ចុប្បន្នរបស់ខ្ញុំ ស្មើដល់ទៅ ៣ដងនៃអាយុរបស់ខ្ញុំពេល៣ឆ្នាំទៀត ដក៣ដងនៃអាយុរបស់ខ្ញុំពី៣ឆ្នាំមុន។



ហើយបន្តថា៖ បើលោកគិតឃើញទើបសាកសមនឹងដឹងអាយុរបស់ខ្ញុំ ។ តើនារីនោះមានអាយុប៉ុន្មាន ?

✍ *ដំណោះស្រាយ*

តាង x ជាអាយុបច្ចុប្បន្ននៃនារី

គេបានសមីការ $x = 3(x+3) - 3(x-3)$

នាំឲ្យ $x = 3x + 9 - 3x + 9 = 18$

ដូចនេះនារីមានអាយុ 18 ឆ្នាំ ។

87. គេដឹងថានៅក្នុងថ្នាក់រៀនមួយ បើតុមួយសិស្សអង្គុយ 4 នាក់ នោះនៅសល់សិស្ស 2 នាក់គ្មានតុអង្គុយ តែបើតុមួយសិស្ស អង្គុយ 5 នាក់ នោះនៅសល់តុ 2 គ្មានសិស្សអង្គុយ ។ រកចំនួនតុ និងចំនួនសិស្សក្នុងថ្នាក់រៀននេះ ។

✍ *ដំណោះស្រាយ*

តាង x ជាចំនួនតុ និង y ជាចំនួនសិស្ស

គេបាន៖ $\begin{cases} y - 4x = 2 \\ 5(x-2) = y \end{cases}$

$$\begin{cases} -4x + y = 2 & (1) \\ 5x - y = 10 & (2) \end{cases}$$

$$x = 12$$

យក $x = 12$ ជំនួសក្នុង (1) គេបាន $-4(12) + y = 2$

នោះ $y = 2 + 48 = 50$



ដូច្នេះ តុមានចំនួន12តុ និងសិស្សមានចំនួន 50នាក់ ។

88. ការប្រឡងមួយមាន 25 សំណួរ ។ ចម្លើយត្រូវមួយបានពិន្ទុ4 ហើយ ចម្លើយខុសមួយ បានពិន្ទុ -1។ សិស្សម្នាក់ឆ្លើយបានគ្រប់សំណួរ ហើយបានពិន្ទុ 70។ តើសិស្សនោះឆ្លើយត្រូវបានប៉ុន្មានសំណួរ ?

✍ *ដំណោះស្រាយ*

តាង xជាចំនួនសំណួរដែលសិស្សឆ្លើយត្រូវ

នោះ$25-x$ជាចំនួនសំណួរដែលសិស្សឆ្លើយខុស

គេបាន $4\times x-1\times(25-x)=70$

$$4x-25+x=70$$

$$5x=95$$

$$x=\frac{95}{5}=19$$

ដូចនេះ សិស្សឆ្លើយត្រូវបាន19សំណួរ ។

89. មនុស្សចាស់ម្នាក់ធ្វើការងារមួយចប់ក្នុងរយៈពេល $15h$។ ក្មេងម្នាក់ធ្វើការងារដដែលចប់ ក្នុងរយៈពេល $20h$។

ក. តើមនុស្សចាស់ម្នាក់ និងក្មេងម្នាក់រួមគ្នាធ្វើការងារនេះចប់ក្នុងរយៈពេលប៉ុន្មានម៉ោង ?

ខ. តើមនុស្សចាស់ប៉ុន្មាននាក់ និងក្មេងប៉ុន្មាននាក់រួមគ្នាធ្វើការងារនេះចប់ក្នុង រយៈពេល $6h$?

✍ ដំណោះស្រាយ

ក. រករយៈពេលរួមគ្នាធ្វើការងារមួយចប់

» មនុស្សចាស់ម្នាក់ធ្វើការងារក្នុង$1h$បាន $\frac{1}{15}$នៃការងារ

» ក្មេងម្នាក់ធ្វើការងារក្នុង$1h$បាន $\frac{1}{20}$នៃការងារ

គេបាន មនុស្សចាស់ម្នាក់និងក្មេងម្នាក់ធ្វើការងាររួមគ្នាក្នុង $1h$បាន $\frac{1}{15}+\frac{1}{20}=\frac{7}{60}$នៃការងារ ។

ដើម្បីបញ្ចប់ការងារគេត្រូវប្រើរយៈពេល $\boxed{\frac{60}{7}h}$ ។

ខ. រកចំនួនមនុស្សចាស់និងចំនួនក្មេង

» មនុស្សចាស់xនាក់ធ្វើការងារក្នុង$1h$ បាន $\frac{x}{15}$នៃការងារ

» ក្មេងyនាក់ធ្វើការងារក្នុង$1h$ បាន $\frac{y}{20}$នៃការងារ

គេបាន មនុស្សចាស់ x នាក់ និងក្មេង y នាក់ធ្វើការងាររួមគ្នាក្នុង $1h$ បាន $\frac{x}{15}+\frac{y}{20}=\frac{4x+3y}{60}$នៃការងារ ។

រយៈពេលបញ្ចប់ការងារ $\frac{60}{4x+3y}=6h$ ឬ $4x+3y=10$

ដោយ x, y ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន នោះគេទាញបាន $x=1\,,\ y=2$ ។

ដូចនេះ មនុស្សចាស់មាន 1នាក់ និងក្មេងមាន 2នាក់ ។

90. មនុស្សម្នាក់រត់ដោយល្បឿន $10km/h$ នៅលើចម្ងាយផ្លូវ $1km$ រួចដើរបន្តដោយល្បឿន $5km/h$ នៅលើចម្ងាយផ្លូវ $3km$ ។ រកល្បឿនមធ្យមរបស់មនុស្សនោះនៅលើចម្ងាយផ្លូវទាំងអស់

✍ *ដំណោះស្រាយ*

តាមរូបមន្ត ចម្ងាយចរ $=$ ល្បឿន $\times$ រយៈពេល

» រយៈពេលរត់លើចម្ងាយ $1km$ គឺ $\frac{1}{10}h$

» រយៈពេលដើរលើចម្ងាយ $3km$ គឺ $\frac{3}{5}h$

គេបានរយៈពេលសរុបគឺ $\frac{1}{10}+\frac{3}{5}=\frac{7}{10}h$

គេបានល្បឿនមធ្យមលើចម្ងាយផ្លូវទាំងអស់$(4km)$ គឺ

$\frac{4}{7/10}=\frac{40}{7}km/h$ ។

ដូចនេះ ល្បឿនមធ្យមរបស់មនុស្សនៅលើចម្ងាយផ្លូវទាំងអស់គឺ $\frac{40}{7}km/h$ ។

91. សុខ និងសៅ ជជែកគ្នាពីចំនួនកាក់របស់ពួកគេ ។ សុខនិយាយថា "សៅ បើឯងឲ្យកាក់មកខ្ញុំមួយចំនួន ខ្ញុំនឹងមានកាក់ស្មើ 6ដងនៃកាក់របស់ឯង" ហើយសៅតបថា "សុខ បើឯងឲ្យកាក់មកខ្ញុំមួយចំនួននោះមកវិញ នោះឯងនឹងមានកាក់ស្មើ 3



ដងនៃកាក់របស់ខ្ញុំ" ។ រកចំនួនកាក់តិចបំផុតដែលសុខ អាចមាន ។

✍ *ដំណោះស្រាយ*

តាង a ជាចំនួនកាក់របស់សុខ

b ជាចំនួនកាក់របស់សៅ

x ជាចំនួនកាក់ដោះដូរ

គេបាន $\begin{cases} a + x = 6(b - x) \\ a - x = 3(b + x) \end{cases}$, $\begin{cases} a = 6b - 7x & (1) \\ a = 3b + 4x & (2) \end{cases}$

ផ្ទឹម (1) និង (2) គេបាន $3b + 4x = 6b - 7x$

$$b = \frac{11x}{3}$$

នោះគេទាញបាន $x = 3$ ព្រោះ a, b, x ជាចំនួនគត់ និង a តូចបំផុត ។

ដូចនេះ $\boxed{a = 45}$ ។

92. រថយន្តពីរចេញដំណើរដំណាលគ្នា នៅម៉ោង $5h$ ព្រឹកដូចគ្នា ។ រថយន្តទី១ ចេញពីក្រុង A ទៅដល់ក្រុង B នៅម៉ោង $12h$ ។ រថយន្តទី២ ចេញពីក្រុង B ទៅដល់ក្រុង A នៅម៉ោង $10h$ ។ តើរថយន្តទាំងពីរជួបគ្នានៅម៉ោងប៉ុន្មាន ?

✍ *ដំណោះស្រាយ*

តាង T ជាខណៈពេលដែលរថយន្តទាំងពីរជួបគ្នា

និង s ជាចម្ងាយពីទីក្រុង A ទៅទីក្រុង B

» ល្បឿនរថយន្តទី១ $= \frac{s}{12-5} = \frac{s}{7} km/h$

» ល្បឿនរថយន្តទី២ $= \frac{s}{10-5} = \frac{s}{5} km/h$

ដោយរថយន្តទាំងពីរជួបគ្នានៅពេល T នោះគេបាន

$$\frac{s}{7}(T-5) + \frac{s}{5}(T-5) = s$$

$$5(T-5) + 7(T-5) = 35$$

$$12T = 95 \Rightarrow T = \frac{95}{12} = 7.9167h = 7h55mn$$

ដូចនេះ **រថយន្តទាំងពីរជួបគ្នានៅម៉ោង $7h55mn$** ។

93. ដីស្រែមួយរាងចតុកោណកែងមានផ្ទៃក្រឡា $720m^2$ ។ បើគេបន្ថែមប្រវែងបណ្ដោយ $6m$ និងបន្ថយប្រវែងទទឹង $4m$ នោះផ្ទៃក្រឡាដីស្រែមិនផ្លាស់ប្ដូរទេ។គណនាវិមាត្រនៃដីស្រែនេះ។

✍ *ដំណោះស្រាយ*

តាង a ជាប្រវែងបណ្ដោយនិង b ជាប្រវែងទទឹង $(a, b > 0)$

គេបាន $\begin{cases} ab = 720 \\ (a+6)(b-4) = 720 \end{cases}$

$$\begin{cases} ab = 720 \\ ab - 4a + 6b - 24 = 720 \end{cases}$$



$$\begin{cases} ab = 720 \\ 720 - 4a + 6b = 720 + 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab = 720 & (1) \\ -4a + 6b = 24 & (2) \end{cases}$$

តាម (2) គេបាន $b = \frac{2}{3}a + 4$ ជំនួសក្នុង (1) គេបាន

$a\left(\frac{2}{3}a + 4\right) = 720$, $\frac{2}{3}a^2 + 4a - 720 = 0$

$\Delta = 4^2 - 4\left(\frac{2}{3}\right)(-720) = 16 + 1920 = 1936 = 44^2$

$a_1 = \dfrac{-4 - 44}{2 \cdot \frac{2}{3}} = -36 < 0$ (មិនយក)

$a_2 = \dfrac{-4 + 44}{2 \cdot \frac{2}{3}} = 30$

យក $a = 30$ ជំនួសក្នុង (1) គេបាន $b = \frac{720}{30} = 24$ ។

ដូចនេះ បណ្ដោយមានប្រវែង $30m$

និងទទឹងមានប្រវែង $24m$ ។

94. គេជួលទូកឆ្លងទន្លេ ទូកដែលត្រូវជួលមានពីរប្រភេទ

ទូកធំអាចផ្ទុកមនុស្ស 12 នាក់

ទូកតូចអាចផ្ទុកមនុស្ស 5 នាក់



បើគេមានមនុស្ស 99 នាក់ តើគេត្រូវជួលទូកធំប៉ុន្មាន និងទូកតូចប៉ុន្មាន ?

✍ ដំណោះស្រាយ

តាង x ជាចំនួនទូកធំ និង

y ជាចំនួនទូកតូច $(0 < x < 9 \,,\, 0 < y < 20)$

គេបាន $12x + 5y = 99$

នាំឲ្យ $x = \dfrac{99 - 5y}{12} = \dfrac{96 + 3 - 5y}{12} = 8 + \dfrac{3 - 5y}{12}$

ដោយ x, y ជាចំនួនគត់

គេទាញបាន $3 - 5y = 12k$ ដែល k ជាចំនួនគត់

នាំឲ្យ $y = \dfrac{3 - 12k}{5} = \dfrac{3 - 2k}{5} - 2k$

តាង $3 - 2k = 5t$ ដែល t ជាចំនួនគត់

គេបាន $y = t + 5t - 3 = 6t - 3$

ដោយ $0 < y < 19$

គេបាន $0 < 6t - 3 < 19$, $\dfrac{1}{2} < t < \dfrac{11}{3}$

នោះ $t = \{1, 2, 3\}$

» ករណី $t = 1$ នាំឲ្យ $y = 3$, $x = \dfrac{99 - 5 \cdot 3}{12} = 7$

» ករណី $t = 2$ នាំឲ្យ $y = 9$, $x = \dfrac{99 - 5 \cdot 9}{12} = 4.5$

(មិនយក)

» ករណី $t=3$ នាំឲ្យ $y=15$, $x=\dfrac{99-5\cdot15}{12}=2$

ដូចនេះ គេអាចជួលទូកធំ 7 និងទូកតូច 3

ឬ ជួលទូកធំ 2 និងទូកតូច 15 ។

95. កសិករម្នាក់មានដំឡូង 5ល្អី ដែលមានទម្ងន់រៀងគ្នា $7kg$, $10kg$, $14kg$, $18kg$ និង $19kg$ ។ គាត់បានលក់ដំឡូង 4ល្អី ឲ្យមនុស្ស 2នាក់ ។ អ្នកទី1ទិញបានដំឡូងដែលមានទម្ងន់ស្មើ 2ដងនៃទម្ងន់ដំឡូងអ្នកទី2។ រកទម្ងន់ដំឡូងដែលនៅសល់។

✍ ដំណោះស្រាយ

តាង xជាទម្ងន់ដំឡូងទិញដោយអ្នកទី2 និង yជាទម្ងន់ដែលនៅសល់

នោះ $2x$ជាទម្ងន់ដំឡូងទិញដោយអ្នកទី1

ទម្ងន់ដំឡូងសរុបគឺ $7+10+14+18+19=68kg$

គេបាន $x+2x+y=68$ ឬ $3x+y=68$

នាំឲ្យ $x=\dfrac{68-y}{3}=\dfrac{66}{3}+\dfrac{2-y}{3}=22+\dfrac{2-y}{3}$

ដោយ x ជាចំនួនគត់ នោះ $2-y$ចែកដាច់នឹង3

គេទាញបាន $y=14$ ព្រោះ $y\in\{7,10,14,18,19\}$

ដូចនេះ **ទម្ងន់ដំឡូងដែលនៅសល់គឺ $14kg$** ។

96. ក្នុងគ្រួសារមួយ ក្មេងប្រុសម្នាក់និយាយថា "ចំនួនបងប្រុស និងប្អូនប្រុសខ្ញុំស្មើចំនួនបង ប្អូនស្រីខ្ញុំ" ។ ប្អូនស្រីក្មេងប្រុស នោះបាននិយាយថា "ចំនួនបងប្អូនប្រុសខ្ញុំស្មើ 2ដងនៃ ចំនួន បងស្រី និងប្អូនស្រីខ្ញុំ" ។ តើគ្រួសារនេះ មានកូនប្រុសប៉ុន្មាន និង កូនស្រីប៉ុន្មាន ?

✍ ដំណោះស្រាយ

តាង x ជាចំនួនកូនប្រុស និង y ជាចំនួនកូនស្រី

គេបានប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} (x-1)=y & (1) \\ x=2(y-1) & (2) \end{cases}$$

ជំនួស (2) ទៅក្នុង (1) គេបាន

$$2(y-1)-1=y$$

$$2y-y=1+2$$

$$y=3$$

ជំនួស $y=3$ ទៅក្នុង (2) គេបាន $x=2(3-1)=4$

ដូចនេះ គ្រួសារមានកូនប្រុស4នាក់ និងកូនស្រី3នាក់ ។

97. នៅវិទ្យាល័យមួយបានចំណាយប្រាក់ 1000000 រៀល ដើម្បីទិញរង្វាន់ចែកជូនសិស្សពូកែ។ ក្នុងរង្វាន់នេះ ប្រភេទ 20000រៀលក្នុងមួយសម្រាប់ មានតិចជាង10ដង នៃប្រភេទ 10000រៀលក្នុងមួយសម្រាប់ ហើយចំនួនរង្វាន់ផ្សេងទៀតគឺ

ប្រភេទ50000រៀល ក្នុងមួយសម្រាប់។ តើវិទ្យាល័យនេះ ត្រូវទិញរង្វាន់ប្រភេទនីមួយៗចំនួនប៉ុន្មានសម្រាប់ ?

✍ ដំណោះស្រាយ

តាង x ចំនួនរង្វាន់ប្រភេទ 20000៛ក្នុងមួយសម្រាប់

y ចំនួនរង្វាន់ប្រភេទ 10000៛ក្នុងមួយសម្រាប់

និង z ចំនួនរង្វាន់ប្រភេទ 50000៛ក្នុងមួយសម្រាប់

តាមសម្មតិកម្មគេបាន

$20000x + 10000y + 50000z = 1000000$

និង $y = 10x$ ។

នាំឲ្យ $20000x + 10000(10x) + 50000z = 1000000$

គេបាន $12x + 5z = 100$ ដែល x, z គត់វិជ្ជមាន

$$z = \frac{100 - 12x}{5} = 20 - \frac{12}{5}x = 20 - 2x - \frac{2}{5}x$$

ដោយ z ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន គេបាន x ចែកដាច់នឹង 5

តាង $x = 5t$, t ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

$z = 20 - 10t - 2t = 20 - 12t$

$z > 0$ នោះ $0 < t < \frac{20}{12}$ នាំឲ្យ $t = 1$

គេបាន $\begin{cases} x = 5 \\ y = 50 \\ z = 8 \end{cases}$

ដូចនេះ វិទ្យាល័យត្រូវទិញរង្វាន់ប្រភេទ:



- 20000៛ក្នុងមួយសម្រាប់ ចំនួន 5សម្រាប់
- 10000៛ក្នុងមួយសម្រាប់ ចំនួន 50សម្រាប់
- 50000៛ក្នុងមួយសម្រាប់ ចំនួន 8សម្រាប់។

98. ក្រុមសាមគ្គីមួយមានដីស្រែពីរកន្លែងមានរាងជាការេដូចគ្នា ដែលមានផ្ទៃក្រឡាខុសគ្នា $75m^2$ ហើយផលបូកបរិមាត្រដីស្រែទាំងពីរទាំងពីរកន្លែងមានរង្វាស់ស្មើ $100m$ ។ ចូរគណនាផលស្រូវតាមកន្លែងនីមួយៗ ដោយដឹងថាស្រែទាំងពីរកន្លែងទទួលផលបាន $0.35kg/m^2$ ។

✍ <u>*ដំណោះស្រាយ*</u>

តាង a និង b ជារង្វាស់ជ្រុងនៃការេទាំងពីរ $(a > b)$

គេបាន $\begin{cases} a^2 - b^2 = 75 \\ 4a + 4b = 100 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} (a-b)(a+b) = 75 & (1) \\ a + b = 25 & (2) \end{cases}$

យក (2) ជំនួសក្នុង (1)

គេបាន $(a-b)\times 25 = 75$ នោះ $a - b = 3$ (3)

បូកអង្គនិងអង្គរវាង (2) និង (3) គេទាញបាន

$2a = 28$, $a = 14$ នោះ $b = 11$

ដូចនេះផលស្រូវដែលទទួលបានតាមកន្លែងនីមួយៗ

- កន្លែងទី១៖ $14^2 \times 0.35 = 68.6kg$
- កន្លែងទី២៖ $11^2 \times 0.35 = 42.35kg$ ។



99. ដោះស្រាយសមីការ

ក. $x^3 - 7x + 6 = 0$ ខ. $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$

✍ *ដំណោះស្រាយ*

ក. $x^3 - 7x + 6 = 0$

$x^3 - x^2 + x^2 - x - 6x + 6 = 0$

$x^2(x-1) + x(x-1) - 6(x-1) = 0$

$(x-1)(x^2 + x - 6) = 0$

$(x-1)(x^2 - 2x + 3x - 6) = 0$

$(x-1)[x(x-2) + 3(x-2)] = 0$

$(x-1)(x-2)(x+3) = 0$

$\boxed{x = 1 \,,\, x = 2 \,,\, x = -3}$

ខ. $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0$

$x^3 + x^2 + x^2 + x - 6x - 6 = 0$

$x^2(x+1) + x(x+1) - 6(x+1) = 0$

$(x+1)(x^2 + x - 6) = 0$

$(x+1)(x^2 - 2x + 3x - 6) = 0$

$(x+1)[x(x-2) + 3(x-2)] = 0$

$(x+1)(x-2)(x+3) = 0$

$\boxed{x = -1 \,,\, x = 2 \,,\, x = -3}$

100. ដោះស្រាយសមីការ

ក. $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$ ខ. $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = 0$

✍ ដំណោះស្រាយ

ក. $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$

$x^2(x-2) - (x-2) = 0$

$(x-2)(x^2-1) = 0$

$(x-2)(x-1)(x+1) = 0$

$\boxed{x = 2 \,,\; x = 1 \,,\; x = -1}$

ខ. $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = 0$

$x^3 + x^2 + 5x^2 + 5x + 6x + 6 = 0$

$x^2(x+1) + 5x(x+1) + 6(x+1) = 0$

$(x+1)(x^2 + 5x + 6) = 0$

$(x+1)(x^2 + 2x + 3x + 6) = 0$

$(x+1)\left(x(x+2) + 3(x+2)\right) = 0$

$(x+1)(x+2)(x+3) = 0$

$\boxed{x = -1 \,,\; x = -2 \,,\; x = -3}$

101. ដោះស្រាយសមីការ $4^x \cdot 16^{3x-1} = 8$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

$4^x \cdot 16^{3x-1} = 8$

$$2^{2x}\cdot 2^{4(3x-1)}=2^3$$

$$2^{2x+12x-4}=2^3$$

$$14x-4=3$$

$$14x=7 \Rightarrow \boxed{x=\frac{1}{2}}$$

102. ដោះស្រាយសមីការ

$$(2^{2012}-2^{2011})(2^{2013}-2^{2012})=8^x$$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

$$(2^{2012}-2^{2011})(2^{2013}-2^{2012})=8^x$$

$$2^{2011}(2-1)\cdot 2^{2012}(2-1)=(2^3)^x$$

$$2^{4023}=2^{3x}$$

$$3x=4023$$

$$\boxed{x=1341}$$

103. ដោះស្រាយសមីការ $x^2+\frac{1}{x^2}+y^2+\frac{1}{y^2}=4$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

$$x^2+\frac{1}{x^2}+y^2+\frac{1}{y^2}=4$$

$$x^2-2+\frac{1}{x^2}+y^2-2+\frac{1}{y^2}=0$$



$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+\left(y-\frac{1}{y}\right)^2=0$$

គេទាញបាន $\begin{cases} x-\frac{1}{x}=0 \\ y-\frac{1}{y}=0 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} x=\frac{1}{x} \\ y=\frac{1}{y} \end{cases}$

ឬ $\begin{cases} x^2=1 \\ y^2=1 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} x=\pm 1 \\ y=\pm 1 \end{cases}$

ដូចនេះ $(x=-1,\ y=-1)$, $(x=-1,\ y=1)$, $(x=1,\ y=-1)$, $(x=1,\ y=1)$ ជាចម្លើយនៃសមីការ ។

104. ដោះស្រាយសមីការ

ក. $2012x^2+2013x+1=0$

ខ. $\frac{3}{5}\left[\frac{5}{3}\left(\frac{1}{4}x+1\right)+5\right]-\frac{1}{2}=x$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

ក. $2012x^2+2013x+1=0$

$2012x^2+2012x+x+1=0$

$2012x(x+1)+(x+1)=0$

$(x+1)(2012x+1)=0$

$$\boxed{x=-1\ ,\ \ x=-\frac{1}{2012}}$$



ខ. $\frac{3}{5}\left[\frac{5}{3}\left(\frac{1}{4}x+1\right)+5\right]-\frac{1}{2}=x$

$$\frac{1}{4}x+1+3-\frac{1}{2}=x$$

$$\frac{1}{4}x-x=-\frac{7}{2}$$

$$-\frac{3}{4}x=-\frac{7}{2}$$

$$\boxed{x=\frac{14}{3}}$$

105. ក. បើ $\frac{1}{x+2}=5$ តើ $\frac{1}{x+3}$ ស្មើប៉ុន្មាន?

ខ. រក x ដើម្បីឲ្យ $\frac{x}{3}-\frac{x}{6}+\frac{x}{9}-\frac{x}{12}=-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

ក. $\frac{1}{x+2}=5$ គេបាន $x+2=\frac{1}{5}$

$$x+3=\frac{1}{5}+1=\frac{6}{5}$$

$$\frac{1}{x+3}=\frac{1}{\frac{6}{5}}=\boxed{\frac{5}{6}}$$ ។

ខ. $\frac{x}{3}-\frac{x}{6}+\frac{x}{9}-\frac{x}{12}=-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$



$$-\frac{x}{3}\left(-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)=-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$$

$$-\frac{x}{3}=1$$

$$x=\boxed{-3}$$

106. ដោះស្រាយសមីការ

$$\frac{x-4}{2009}+\frac{x-3}{2010}+\frac{x-2}{2011}+\frac{x-1}{2012}=4$$ ។

ដំណោះស្រាយ

$$\frac{x-4}{2009}+\frac{x-3}{2010}+\frac{x-2}{2011}+\frac{x-1}{2012}=1+1+1+1$$

$$\frac{x-4}{2009}-1+\frac{x-3}{2010}-1+\frac{x-2}{2011}-1+\frac{x-1}{2012}-1=0$$

$$\frac{x-2013}{2009}+\frac{x-2013}{2010}+\frac{x-2013}{2011}+\frac{x-2013}{2012}=0$$

$$(x-2013)\left(\frac{1}{2009}+\frac{1}{2010}+\frac{1}{2011}+\frac{1}{2012}\right)=0$$

$$x-2013=0$$

$$\boxed{x=2013}$$

107. ដោះស្រាយសមីការ $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=3$ ។

ដំណោះស្រាយ

$$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=3$$



$(x+1)(x+4)(x+2)(x+3)=3$

$(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)=3$

$(x^2+5x+5-1)(x^2+5x+5+1)=3$

$(x^2+5x+5)^2-1=3$

$(x^2+5x+5)^2=4$

$x^2+5x+5=\pm\sqrt{4}=\pm 2$

» ករណី $x^2+5x+5=-2$

គេបាន $x^2+5x+7=0$

$\Delta=5^2-4\times1\times7=25-28=-3<0$ គ្មានឫស ។

» ករណី $x^2+5x+5=2$

គេបាន $x^2+5x+3=0$

$\Delta=5^2-4\times1\times3=25-12=13$

$$\boxed{x=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{2}}$$

108. ដោះស្រាយសមីការ $x^{2016}-5x^{2014}+6x^{2012}=0$ ។

✍ <u>ដំណោះស្រាយ</u>

$x^{2016}-5x^{2014}+6x^{2012}=0$

$x^{2012}(x^4-5x^2+6)=0$

គេបាន $\left[\begin{array}{l} x^{2012}=0 \\ x^4-5x^2+6=0 \end{array}\right.$



» ករណី $x^{2012}=0$ គេបាន $x=0$

» ករណី $x^4-5x^2+6=0$

តាង $t=x^2$ នោះ $t^2-5t+6=0$

$$(t-2)(t-3)=0$$

$$t=2\ ,\ t=3$$

- ចំពោះ $t=2$ នោះ $x^2=2$ នាំឲ្យ $x=\pm\sqrt{2}$

- ចំពោះ $t=3$ នោះ $x^2=3$ នាំឲ្យ $x=\pm\sqrt{3}$

ដូចនេះ សមីការមានឫស $\boxed{x=0,\ x\pm\sqrt{2}\ ,\ x=\pm\sqrt{3}}$ ។

109. ដោះស្រាយសមីការ

$$\sqrt{4\sqrt{3}-6}=\sqrt{x\sqrt{3}}-\sqrt{y\sqrt{3}}\quad (x>0,\ y>0)\ ។$$

ដំណោះស្រាយ

$$(\sqrt{4\sqrt{3}-6})^2=(\sqrt{x\sqrt{3}}-\sqrt{y\sqrt{3}})^2$$

$$4\sqrt{3}-6=x\sqrt{3}-2\sqrt{3}\sqrt{xy}+y\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}(4-2\sqrt{3})=\sqrt{3}(x-2\sqrt{xy}+y)$$

$$3-2\sqrt{3}+1=x-2\sqrt{xy}+y$$

$$(\sqrt{3}-1)^2=(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2$$

គេទាញបាន $\boxed{x=3\ ,\ \ y=1}$ ។

110. ដោះស្រាយសមីការ $\sqrt[3]{1+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{1-\sqrt{x}}=\sqrt[3]{5}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

$$\sqrt[3]{1+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{1-\sqrt{x}}=\sqrt[3]{5}$$

$$1+\sqrt{x}+3\sqrt[3]{(1+\sqrt{x})^2(1-\sqrt{x})}$$

$$+3\sqrt[3]{(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{x})^2}+1-\sqrt{x}=5$$

$$\sqrt[3]{(1+\sqrt{x})^2(1-\sqrt{x})}+\sqrt[3]{(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{x})^2}=1$$

$$\sqrt[3]{(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{x})}(\sqrt[3]{1+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{1-\sqrt{x}})=1$$

$$\sqrt[3]{1-x}(\sqrt[3]{1+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{1-\sqrt{x}})=1$$

$$\sqrt[3]{1-x}\cdot\sqrt[3]{5}=1$$

$$\sqrt[3]{1-x}=\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$$

$$1-x=\frac{1}{5}$$

$$x=1-\frac{1}{5}=\boxed{\frac{4}{5}}$$

111. ដោះស្រាយសមីការ $\begin{cases} x^2+y^2=17 \\ x+y=5 \end{cases}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

$$\begin{cases} x^2+y^2=17 & (1) \\ x+y=5 & (2) \end{cases}$$

តាម(2) នាំឲ្យ $x=5-y$ ជំនួសក្នុង (1) គេបាន

$$(5-y)^2+y^2=17$$

$$25-10y+y^2+y^2=17$$

$$2y^2-10y+8=0$$

$$y^2-5y+4=0$$

$$(y-1)(y-4)=0$$

$$\left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=4 \end{array}\right., \left[\begin{array}{l} x=5-1=4\ ,\ y=1 \\ x=5-4=1\ ,\ y=4 \end{array}\right., \left[\begin{array}{l} x=4\ ,\ y=1 \\ y=1\ ,\ y=4 \end{array}\right.$$

ដូច្នេះ $(x=1\ ,\ y=4)$ ឬ $(x=4\ ,\ y=1)$ ជាគូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ ។

112. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} x+y=2 \\ xy-z^2=1 \end{cases}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

$$\begin{cases} x+y=2 & (1) \\ xy-z^2=1 & (2) \end{cases}$$

តាម(1)នាំឲ្យ $x=2-y$ ជំនួសក្នុង(2) គេបាន

$$(2-y)y-z^2=1$$

$$2y-y^2-z^2=1$$

$$z^2+(y-1)^2=0$$

$$\begin{cases} z=0 \\ y-1=0 \end{cases}, \begin{cases} z=0 \\ y=1 \end{cases}$$

គេបាន $x=2-y=2-1=1$

ដូច្នេះ $\boxed{x=1\,,\,y=1\,,\,z=0}$ ។

113. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

ក. $\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=3\\ xy=4\end{cases}$ ខ. $\begin{cases}x+y+z=2\\ 2xy-z^2=4\end{cases}$ ។

✍ <u>ដំណោះស្រាយ</u>

ក. $\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=3\\ xy=4\end{cases}$, $\begin{cases}x+2\sqrt{xy}+y=9\\ xy=4\end{cases}$

$\begin{cases}x+2\sqrt{4}+y=9\\ xy=4\end{cases}$, $\begin{cases}x+y=5 & (1)\\ xy=4 & (2)\end{cases}$

តាម(1)នាំឲ្យ $x=5-y$ ជំនួសក្នុង(2) គេបាន

$(5-y)y=4$, $5y-y^2=4$, $y^2-5y+4=0$

គេបាន $\left[\begin{array}{l}y=1\\ y=4\end{array}\right.$, $\left[\begin{array}{l}x=5-1=4\ ,\ y=1\\ x=5-4=1\ ,\ y=4\end{array}\right.$

ដូច្នេះ $(x=1\,,\,y=4)$ ឬ $(x=4\,,\,y=1)$ ជាគូចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ ។

ខ. $\begin{cases}x+y+z=2 & (1)\\ 2xy-z^2=4 & (2)\end{cases}$

តាម (1) គេបាន $(x+y+z)^2=4$

$x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx=4$ (3)



ផ្ទឹមសមីការ (2) និង (3) គេបាន

$x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx=2xy-z^2$

$x^2+y^2+z^2+2yz+2zx+z^2=0$

$(x+z)^2+(y+z)^2=0$

$\begin{cases} x+z=0 \\ y+z=0 \end{cases}$, $\begin{cases} x=-z \\ y=-z \end{cases}$

គេបាន $x+y+z=2$, $-z-z+z=2$, $z=-2$

នោះ $x=2$, $y=2$

ដូច្នេះ $x=2$, $y=2$, $z=-2$ ។

114. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

ក. $\begin{cases} 6x+6y=5xy \\ \dfrac{4}{x}-\dfrac{3}{y}=1 \end{cases}$ ខ. $\begin{cases} 3x-4y=-xy \\ \dfrac{6}{x}+\dfrac{9}{y}=6 \end{cases}$ ។

✍ <u>ដំណោះស្រាយ</u>

ក. $\begin{cases} 6x+6y=5xy \\ \dfrac{4}{x}-\dfrac{3}{y}=1 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} \dfrac{6}{y}+\dfrac{6}{x}=5 \\ \dfrac{4}{x}-\dfrac{3}{y}=1 \end{cases}$

តាង $X=\dfrac{1}{x}$, $Y=\dfrac{1}{y}$ គេបាន



$$\begin{cases}6X+6Y=5 & (1)\\ 4X-3Y=1 & \times 2\end{cases}$$

$14X=7\ ,\ X=\frac{1}{2}$

យក $X=\frac{1}{2}$ ជំនួសក្នុង (1) គេបាន

$6\left(\frac{1}{2}\right)+6Y=5$ នាំឲ្យ $Y=\frac{5-3}{6}=\frac{1}{3}$

គេបាន $x=\frac{1}{X}=\frac{1}{\frac{1}{2}}=2$ និង $y=\frac{1}{Y}=\frac{1}{\frac{1}{3}}=3$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានចម្លើយ $(x=2\ ,\ y=3)$ ។

ខ. $\begin{cases}3x-4y=-xy\\ \frac{6}{x}+\frac{9}{y}=6\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}\frac{3}{y}-\frac{4}{x}=-1\\ \frac{6}{x}+\frac{9}{y}=6\end{cases}$

តាង $X=\frac{1}{x}\ ,\ Y=\frac{1}{y}$ គេបាន

$$\begin{cases}-4X+3Y=-1 & \times(-3)\quad (1)\\ 6X+9Y=6\end{cases}$$

$18X=9\ ,\ X=\frac{1}{2}$

យក $X=\frac{1}{2}$ ជំនួសក្នុង (1) គេបាន



$-4\left(\frac{1}{2}\right)+3Y=-1$ នាំឲ្យ $Y=\frac{-1+2}{3}=\frac{1}{3}$

គេបាន $x=\frac{1}{X}=\frac{1}{\frac{1}{2}}=2$ និង $y=\frac{1}{Y}=\frac{1}{\frac{1}{3}}=3$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានចម្លើយ $(x=2\ ,\ y=3)$ ។

115. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5}\\ xy+yz+zx=31\end{cases}$ ។

✍ <u>*ដំណោះស្រាយ*</u>

$$\begin{cases}\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{5} & (1)\\ xy+yz+zx=31 & (2)\end{cases}$$

តាម(1)គេបាន

$$\frac{xy}{6}=\frac{yz}{15}=\frac{zx}{10}=\frac{xy+yz+zx}{6+15+10}=\frac{31}{31}=1$$

នាំឲ្យ $\frac{xy}{6}=1$ នោះ $x=\frac{6}{y}$ ជំនួសក្នុង (1)

គេបាន $\frac{6}{2y}=\frac{y}{3}$ នាំឲ្យ $y^2=9$ នោះ $y=\pm3$

គេទាញបាន $x=\pm2$ និង $z=\pm5$

ដូចនេះ $(x=-2\ ,\ y=-3\ ,\ z=-5)$ និង

$(x=2\ ,\ y=3\ ,\ z=5)$ ជាចម្លើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ។

116. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases}\sqrt{\frac{x}{y}}-\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{5}{6}\\ x-y=5\end{cases}$ ។

✍ដំណោះស្រាយ

$$\begin{cases}\sqrt{\frac{x}{y}}-\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{5}{6}\\ x-y=5\end{cases} \text{ ឬ } \begin{cases}\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+2=\frac{25}{36}\\ x-y=5\end{cases}$$

$$\begin{cases}\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{97}{36} & (1)\\ x=y+5 & (2)\end{cases}$$

យក $x=y+5$ ជំនួសក្នុង (1) គេបាន

$$\frac{y+5}{y}+\frac{y}{y+5}=\frac{97}{36}$$

$$36[(y+5)^2+y^2]=97y(y+5)$$

$$72y^2+360y+900=97y^2+485y$$

$$25y^2+125y-900=0$$

$$y^2+5y-36=0$$

$$y^2-4y+9y-36=0$$

$$y(y-4)+9(y-4)=0$$

$$(y-4)(y+9)=0$$

នាំឲ្យ $y=4$ (យក) ឬ $y=-9<0$ (មិនយក)

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ $(x=9\ ,\ y=4)$ ។

117. ចូររកគូនៃចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប $(x,\ y)$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់: $x^2-249xy-250y^2=6033$ ។

✍ដំណោះស្រាយ

$$x^2-y^2-249xy-249y^2=3\times 2011$$
$$(x-y)(x+y)-249y(x+y)=3\times 2011$$
$$(x+y)(x-y-249y)=3\times 2011$$
$$(x+y)(x-250y)=3\times 2011$$

នាំឲ្យ $\begin{cases}x+y=3\\x-250y=2011\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}x+y=2011\\x-250y=3\end{cases}$

គេទាញបាន $x=11\ ,\ y=-8$ ឬ $x=2003\ ,\ y=8$

ដោយ $(x,\ y)$ ជាចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប

ដូចនេះ គូចម្លើយមាន $(11,\ -8), (-11,\ 8), (2003,\ 8)$ និង $(-2003,\ -8)$ ។

118. រកតម្លៃ x និង y ដោយដឹងថា $x+y=90$ និង $PGCD(x,\ y)=30$ ។

✍ដំណោះស្រាយ

សម្មតិកម្ម $\begin{cases}x+y=90\\PGCD(x\ ,\ y)=30\end{cases}$



$PGCD(x , y) = 30$ នោះ $x = 30a$, $y = 30b$ ដែល $PGCD(a , b) = 1$ ឬ a និង b បឋមរវាងគ្នា ។

គេបាន $x + y = 30a + 30b = 90$, $(a + b = 3)$

គេទាញបាន $a = 1 , b = 2$ ឬ $a = 2 , b = 1$

ដូចនេះ $\boxed{(x = 30 , y = 60) \text{ ឬ } (x = 60 , y = 30)}$ ។

119. រកតម្លៃ x និង y ដោយដឹងថា $x^2 - y^2 = 1415$ និង $PGCD(x, y) = 17$ ។

✍ *ដំណោះស្រាយ*

គេមាន $PGCD(x , y) = 17$ នោះ $x = 17a$, $y = 17b$ ដែល $PGCD(a , b) = 1$ ឬ a និង b បឋមរវាងគ្នា ។

គេបាន $x^2 - y^2 = (17a)^2 - (17b)^2 = 1415$

$$17^2(a^2 - b^2) = 1415$$

$$(a - b)(a + b) = \frac{1415}{17^2} = 5 = 1 \times 5$$

គេទាញបាន $\begin{cases} a - b = 1 \\ a + b = 5 \end{cases}$ នាំឲ្យ $a = 3 , b = 2$

ដូចនេះ $\boxed{x = 17 \times 3 = 51 , y = 17 \times 2 = 34}$ ។

120. គេឲ្យកន្សោម $F = \dfrac{x^{2013} - 2011x^{2012} + 2011}{x - 2011}$ ។

រកគ្រប់ចំនួនគត់ x ដើម្បីឲ្យ F ជាចំនួនគត់ ។

✍ <u>ដំណោះស្រាយ</u>

$$F=\frac{x^{2013}-2011x^{2012}+2011}{x-2011}$$

$$=\frac{x^{2012}(x-2011)+2011}{x-2011}$$

$$=x^{2012}+\frac{2011}{x-2011}\ ,\ x\neq 2011$$

ដើម្បីឲ្យ F ជាចំនួនគត់លុះត្រាតែ 2011 ចែកដាច់នឹង

$x-2011$ នោះគេបាន $\left[\begin{array}{l} x-2011=-1 \\ x-2011=1 \\ x-2011=-2011 \\ x-2011=2011 \end{array}\right.$

គេបាន $x=2010$, $x=2012$, $x=0$, $x=4022$

ដូចនេះ $\boxed{x=0\ ,\ x=2010\ ,\ x=2012\ ,\ x=4022}$ ។

121. រកគ្រប់តម្លៃ m $(m\neq 0)$ ដើម្បីឲ្យសមីការ

$mx-m+1=0$ មានឫសវិជ្ជមាន ។

✍ <u>ដំណោះស្រាយ</u>

$mx-m+1=0$, $x=\dfrac{m-1}{m}$

ដោយ $x>0$ គេបាន $\begin{cases} m-1>0 \\ m>0 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} m-1<0 \\ m<0 \end{cases}$

នាំឲ្យ $\begin{cases} m>1 \\ m>0 \end{cases}$ ឬ $\begin{cases} m<1 \\ m<0 \end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{m>1 \text{ ឬ } m<0}$ ។

122. រកតម្លៃតូចបំផុតនៃកន្សោម $P=(x-1)(x+2)(x+3)(x+6)$ ។ តើចំពោះតម្លៃ x ណាខ្លះ ដែលធ្វើឲ្យ P មានតម្លៃតូចបំផុត?

ដំណោះស្រាយ

$$P=(x-1)(x+2)(x+3)(x+6)$$
$$=(x-1)(x+6)(x+2)(x+3)$$
$$=(x^2+5x-6)(x^2+5x+6)$$
$$=(x^2+5x)^2-6^2\geq -36$$

$P_{\min}=-36$ នាំឲ្យ $x^2+5x=0$

$$x(x+5)=0$$
$$x=0\ ,\ x=-5$$

ដូចនេះ តម្លៃតូចបំផុតនៃ P គឺ $\boxed{-36}$ ចំពោះ $\boxed{x=-5\ ,\ x=0}$ ។

123. បង្ហាញថា $1+2+3+\cdots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$, n ចំនួនគត់ធំជាងសូន្យ ។

ដំណោះស្រាយ



តាង $S = 1 + 2 + 3 + \cdots + n$

$$\begin{aligned} S &= n + n - 1 + \cdots + 2 + 1 \\ \hline 2S &= \underbrace{(n+1) + \cdots + (n+1)}_{n} \end{aligned}$$

គេបាន $2S = n(n+1)$ នាំឲ្យ $\boxed{S = \dfrac{n(n+1)}{2}}$ ។

124. បង្ហាញថា $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = n^2$, n ជាចំនួនគត់ធំជាងសូន្យ ។

✍ *ដំណោះស្រាយ*

តាង $S = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1)$

$$\begin{aligned} S &= (2n-1) + (2n-3) + \cdots + 3 + 1 \\ \hline 2S &= \underbrace{2n + 2n + \cdots + 2n}_{n} = n \times 2n = 2n^2 \end{aligned}$$

ដូចនេះ $\boxed{S = n^2}$ ។

125. គេមានចំនួនមានបីខ្ទង់ដែលផលបូកលេខខ្ទង់នីមួយៗស្មើនឹង9 ហើយបើគេប្តូរគ្នា រវាងលេខខ្ទង់រយ និងខ្ទង់រាយនោះគេបានចំនួនថ្មីមួយដែលលើសចំនួនចាស់99 ។ ចូររកចំនួនទាំងនោះ ។

✍ *ដំណោះស្រាយ*

តាង $\overline{abc}$ ជាចំនួនដែលត្រូវរក



សម្មតិកម្ម $\begin{cases} a+b+c=9 \\ \overline{cba}-\overline{abc}=99 \end{cases}$

$$\begin{cases} a+b+c=9 \\ 100c+10b+a-(100a+10b+c)=99 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b+c=9 \\ 99c-99a=99 \end{cases} , \begin{cases} a+b+c=9 & (1) \\ c=1+a & (2) \end{cases}$$

យក(2)ជំនួសក្នុង(1)គេបាន $2a+b=8$, $b=8-2a$

ដោយ$0\le b\le 9$នោះ $a=\{1 , 2 , 3 , 4\}$ ព្រោះ$1\le a\le 9$

» ករណី $a=1$ គេបាន $b=6 , c=2$

» ករណី $a=2$ គេបាន $b=4 , c=3$

» ករណី $a=3$ គេបាន $b=2 , c=4$

» ករណី $a=4$ គេបាន $b=0 , c=5$

ដូចនេះ ចំនួនទាំងនោះគឺ $\{162 , 243 , 324 , 405\}$ ។

126. ផលគុណនៃ9នឹងចំនួនដែលមាន4ខ្ទង់$\overline{abcd}$ស្មើនឹងចំនួនដែលមាន4ខ្ទង់$\overline{dcba}$។

រកចំនួនដែលមាន4ខ្ទង់ទាំងពីរ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

គេមាន $\overline{abcd}\times 9=\overline{dcba}$ (1)

តាម(1) គេទាញបាន $a=1$ ព្រោះបើ $a>1$ នោះគេមិនទទួលបានចំនួន៤ខ្ទង់ទេ

ចំពោះ $a=1$ គេបាន $\overline{1bcd}\times 9=\overline{dcb1}$ (2)

តាម(2) គេទាញបាន $d=9$ ព្រោះ $d\times 9=81$ មានលេខខាងចុងស្មើ1

ចំពោះ$d=9$ គេបាន $\overline{1bc9}\times 9=\overline{9cb1}$ (3)

តាម(3) គេទាញបាន $b=0$ ព្រោះ $b\times 9<10$ មិនអាចមានត្រាទុកទេ

ចំពោះ$b=0$ គេបាន $\overline{10c9}\times 9=\overline{9c01}$ (4)

តាម(4) គេទាញបាន $c=8$ ព្រោះ$c\times 9=72$ ដែលបូកនឹង8 ទទួលលេខខាងចុង 0

ចំពោះ$c=8$ គេបាន $1089\times 9=9801$

ដូចនេះ ចំនួនទាំងពីរគឺ $\overline{abcd}=1089$ និង $\overline{dcba}=9801$

127. រកចំនួនមួយមាន 4 ខ្ទង់ ដោយដឹងថាចំនួននោះជាការេប្រាកដ ហើយបើគេថែម 1 លើខ្ទង់នីមួយៗ គេក៏បានការេប្រាកដដដែល ។

✍ ដំណោះស្រាយ

តាង$\overline{abcd}$ ជាចំនួនដែលរក

គេបាន $\begin{cases}\overline{abcd}=x^2 & (1)\\ \overline{(a+1)(b+1)(c+1)(d+1)}=y^2 & (2)\end{cases}$

ដែល $x\,,\,y<100$

យក (2) ដក (1)



គេបាន $1111 = y^2 - x^2 = (y-x)(y+x)$

$$(y-x)(y+x) = 1\times 1111 = 11\times 101$$

គេទាញបាន

$\begin{cases} y - x = 1 \\ y + x = 1111 \end{cases}$ (មិនយកព្រោះ $x + y < 200$)

ឬ $\begin{cases} y - x = 11 & (3) \\ y + x = 101 & (4) \end{cases}$

បូក (3) និង (4) គេបាន $2y = 112$, $y = 56$

យក $y = 56$ ជំនួសក្នុង (2)

គេបាន $56 + x = 101$, $x = 45$

ដូចនេះ ចំនួនដែលត្រូវរកគឺ $\overline{abcd} = x^2 = 45^2 = 2025$

128. គេមានចំនួនមួយមាន 4 ខ្ទង់ $\overline{abcd}$ ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\overline{ab} - \overline{cd} = 1$ ។ ចូរកំណត់ចំនួន 4 ខ្ទង់នេះ ដើម្បីឲ្យវាជាចំនួនការេប្រាកដ ។

✍ *ដំណោះស្រាយ*

ដោយ $\overline{ab} - \overline{cd} = 1$ គេបាន $\overline{ab} = \overline{cd} + 1$

$$\overline{abcd} = 100\overline{ab} + \overline{cd}$$
$$= 100(\overline{cd} + 1) + \overline{cd}$$
$$= 101\overline{cd} + 100$$

ដោយ $\overline{abcd}$ ជាការេប្រាកដ គេបាន $\overline{abcd} = x^2$



ឬ $101\overline{cd}+100=x^2$, $x<100$

នាំឲ្យ $101\overline{cd}=x^2-100=(x+10)(x-10)$

គេទាញបាន $x+10=101$ (ព្រោះ x ជាចំនួនបឋម)

គេបាន $x=91$

ដូចនេះ $\boxed{\overline{abcd}=x^2=91^2=8281}$ ។

129. គេមានចំនួនមួយមាន 3 ខ្ទង់ $\overline{abc}$ រួចគេសរសេរចំនួននេះបន្តគ្នាបង្កើតបានចំនួនថ្មីមួយមាន 6 ខ្ទង់ $\overline{abcabc}$ ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថាចំនួន 6 ខ្ទង់នេះ ចែកដាច់នឹង 91 ។

✍ <u>ដំណោះស្រាយ</u>

គេមាន $\overline{abcabc}=1000\overline{abc}+\overline{abc}$

$$=1001\overline{abc}=91\times11\times\overline{abc}$$

ដូចនេះ $\boxed{\overline{abcabc}\text{ ចែកដាច់នឹង } 91}$ ។

130. ចំនួនមួយមានលេខបីខ្ទង់ ដែលមាន4ជាលេខខ្ទង់រាយ។ បើគេលើត្រឡប់លេខខ្ទង់រាយមកដាក់ពីមុខលេខពីរទៀត នោះគេនឹងបានចំនួនទីពីរថ្មីមួយទៀតដែលមានលេខបីខ្ទង់ និងមានលេខ 4 ជាខ្ទង់រយ ។ រកចំនួនទីមួយនោះ បើគេដឹងថា "ចំនួនទីពីរ" លើស "ចំនួន400ដកចំនួនទីមួយ" 400 ។

✍ <u>ដំណោះស្រាយ</u>

តាង $\overline{ab4}$ ជាចំនួនដែលរក

គេបាន $\overline{4ab} = (400 - \overline{ab4}) + 400$

$$400 + \overline{ab} = 800 - (10\overline{ab} + 4)$$

$$11\overline{ab} = 396$$

$$\overline{ab} = \frac{396}{11} = 36$$

ដូចនេះ ចំនួនដែលត្រូវរកគឺ 364 ។

131. ចូររកចំនួនមួយដែលមានលេខ4ខ្ទង់: $\overline{abca}$ ដោយដឹងថា $\overline{abca} = (5c+1)^2$ ។

✍ *ដំណោះស្រាយ*

$$\overline{abca} = (5c+1)^2$$

$$1000a + 100b + 10c + a = 25c^2 + 10c + 1$$

$$100(10a+b) + a = 25c^2 + 1$$

$$(10\sqrt{10a+b})^2 + a = 25c^2 + 1$$

គេទាញបាន $10\sqrt{10a+b} = 5c$ និង $a = 1$

នោះ $c = 2\sqrt{10+b}$

ដោយ b, c គត់វិជ្ជមាន ហើយ $0 \le b, c \le 9$

នាំឲ្យ $b = 6$ នោះ $c = 8$

ដូចនេះ $\overline{abca} = 1681$ ។

132. ផលគុណនៃ 7 នឹងចំនួនដែលមាន 6 ខ្ទង់ $\overline{abcdef}$ ស្មើនឹងផលគុណនៃ 6 នឹងចំនួនដែលមាន 6 ខ្ទង់ $\overline{defabc}$ ។ រកចំនួនដែលមាន 6 ខ្ទង់ទាំងពីរ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

តាង $x = \overline{abc}$ និង $y = \overline{def}$ ដែល $x, y \le 999$

គេមាន $7 \times \overline{abcdef} = 6 \times \overline{defabc}$

គេបាន $7(1000x + y) = 6(1000y + x)$

នាំឲ្យ $6994x = 5993y$

នាំឲ្យ
$$\begin{aligned} y &= \frac{6994}{5993}x \\ &= \frac{5993+1001}{5993}x \\ &= x + \frac{1001}{5993}x \\ &= x + \frac{77}{461}x \end{aligned}$$

ដោយ y ជាចំនួនគត់ នោះ x ត្រូវចែកដាច់នឹង 461

គេបាន $x = \{461, 922\}$

» ករណី $x = 461$ នាំឲ្យ $y = 461 + 77 = 538$

» ករណី $x = 922$ នាំឲ្យ $y = 461 + 2 \cdot 77 = 1076 > 999$

(មិនយក)

ដូចនេះ ចំនួនដែលត្រូវរកគឺ $\overline{abcdef} = 461538$ ។

133. ចូរកំណត់តម្លៃ a,b ដើម្បីឲ្យ $\overline{a42b}$ ចែកដាច់នឹង 88 ។

✍ដំណោះស្រាយ

ដើម្បីឲ្យចំនួន $\overline{a42b}$ ចែកដាច់នឹង 88 លុះត្រាតែ $\overline{a42b}$ ចែកដាច់នឹង8 និងចែកដាច់នឹង11 ព្រោះ $88 = 8\times 11$ ។

» ករណី $\overline{a42b}$ ចែកដាច់នឹង 8

នោះ $\overline{42b} = 420 + b$ ចែកដាច់នឹង 8

នាំឲ្យ $b + 4$ ចែកដាច់នឹង 8 នាំឲ្យ $b = 4$

» ករណី $\overline{a42b}$ ចែកដាច់នឹង 11

នោះ $b + 4 - (2 + a)$ ចែកដាច់នឹង 11

នាំឲ្យ $b - a + 2$ ចែកដាច់នឹង 11 តែ $b = 4$ នាំឲ្យ $a = 6$

ដូចនេះ $\boxed{(a = 6\ ,\ b = 4)}$ ។

134. រក x និង y ដើម្បីឲ្យចំនួន $\overline{135x4y}$ ចែកដាច់នឹង 45 ។

✍ដំណោះស្រាយ

ដើម្បីឲ្យចំនួន $\overline{135x4y}$ ចែកដាច់នឹង 45 លុះត្រាតែ $\overline{135x4y}$ ចែកដាច់នឹង5 និងចែកដាច់នឹង9 ព្រោះ $45 = 5\times 9$

» ករណី $\overline{135x4y}$ ចែកដាច់នឹង5 នោះ $y = \{0\ ,\ 5\}$

» ករណី $\overline{135x4y}$ ចែកដាច់នឹង9

នោះ $1 + 3 + 5 + x + 4 + y$ ចែកដាច់នឹង 9

នាំឲ្យ $x + y + 4 + 9$ ចែកដាច់នឹង 9

ឬ $x+y+4$ ចែកដាច់នឹង 9

នាំឲ្យ $x+y=\{5\,,14\}$

- បើ $y=0$, $x+y=5$ នាំឲ្យ $x=5$
- បើ $y=0$, $x+y=14$ នាំឲ្យ $x=14$ (មិនយក)
- បើ $y=5$, $x+y=5$ នាំឲ្យ $x=0$
- បើ $y=5$, $x+y=14$ នាំឲ្យ $x=9$

ដូចនេះ $\boxed{(x=0,y=5)\,,(x=5,y=0)\,,(x=9,\,y=5)}$

135. រក x និង y ដើម្បីឲ្យចំនួន $\overline{62xy427}$ ចែកដាច់នឹង 99 ។

ដំណោះស្រាយ

ដើម្បីឲ្យចំនួន $\overline{62xy427}$ ចែកដាច់នឹង 99 លុះត្រាតែ $\overline{62xy427}$ ចែកដាច់នឹង9និងចែកដាច់នឹង11 ព្រោះ$99=9\times 11$

» ករណី $\overline{62xy427}$ ចែកដាច់នឹង 9

នោះ $6+2+x+y+4+2+7$ ចែកដាច់នឹង 9

នាំឲ្យ $x+y+21$ ចែកដាច់នឹង 9

ឬ $x+y+3$ ចែកដាច់នឹង 9

នាំឲ្យ $x+y=\{6\,,15\}$

» ករណី $\overline{62xy427}$ ចែកដាច់នឹង 11

នោះ $7+4+x+6-(2+y+2)$ ចែកដាច់នឹង 11

នាំឲ្យ $x-y+13$ ចែកដាច់នឹង 11

ឬ $x-y+2$ ចែកដាច់នឹង 11

នាំឲ្យ $x-y=\{-2\ ,\ 9\}$

- បើ $x+y=6$, $x-y=-2$ នាំឲ្យ $x=2$, $y=4$
- បើ $x+y=6$, $x-y=9$
  នាំឲ្យ $x=7.5$, $y=-1.5$ (មិនយក)
- បើ $x+y=15$, $x-y=-2$
  នាំឲ្យ $x=6.5$, $y=8.5$ (មិនយក)
- បើ $x+y=15$, $x-y=9$
  នាំឲ្យ $x=12$, $y=3$ (មិនយក)

ដូចនេះ $\boxed{(x=2\ ,\ y=4)}$ ។

136. ចូរកំណត់តម្លៃ a,b ដើម្បីឲ្យ $\overline{1234ab}$ ចែកដាច់នឹង 72 ។

ដំណោះស្រាយ

ដើម្បីឲ្យចំនួន $\overline{1234ab}$ ចែកដាច់នឹង 72 លុះត្រាតែ $\overline{1234ab}$ ចែកដាច់នឹង8 និងចែកដាច់នឹង9 ព្រោះ $72=8\times 9$

» ករណី $\overline{1234ab}$ ចែកដាច់នឹង 8

នោះ $\overline{4ab}=400+10a+b$ ចែកដាច់នឹង 8

នាំឲ្យ $2a+b$ ចែកដាច់នឹង 8

នាំឲ្យ $2a+b=\{0\ ,\ 8\ ,\ 16\ ,\ 24\}$

» ករណី $\overline{1234ab}$ ចែកដាច់នឹង 9

នោះ $1+2+3+4+a+b$ ចែកដាច់នឹង 9

នាំឲ្យ $a+b+10$ ចែកដាច់នឹង 9

ឬ $a+b+1$ ចែកដាច់នឹង 9

នាំឲ្យ $a+b=\{8,17\}$

- បើ $2a+b=0$, $a+b=8$
  នាំឲ្យ $a=-8$, $b=16$ (មិនយក)
- បើ $2a+b=0$, $a+b=17$
  នាំឲ្យ $a=-17$, $b=34$ (មិនយក)
- បើ $2a+b=8$, $a+b=8$
  នាំឲ្យ $a=0$, $b=8$
- បើ $2a+b=8$, $a+b=17$
  នាំឲ្យ $a=-9$, $b=26$ (មិនយក)
- បើ $2a+b=16$, $a+b=8$
  នាំឲ្យ $a=8$, $b=0$
- បើ $2a+b=16$, $a+b=17$
  នាំឲ្យ $a=-1$, $b=18$ (មិនយក)
- បើ $2a+b=24$, $a+b=8$
  នាំឲ្យ $a=16$, $b=-8$ (មិនយក)
- បើ $2a+b=24$, $a+b=17$
  នាំឲ្យ $a=7$, $b=10$ (មិនយក)

ដូចនេះ $\boxed{(a=0\ ,\ b=8)\ ,\ (a=8\ ,\ b=0)}$ ។



137. គេឲ្យ a ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ ។ ចូរបង្ហាញថា $a(a+1)$ ចែកដាច់នឹង 2 ។

✍ ដំណោះស្រាយ

ដោយ a ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិនោះ $a=2k$ ឬ $a=2k+1$ ដែល k ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ

» ករណី $a=2k$ គេបាន

$a(a+1)=2k(2k+1)=2m$ ដែល $m=k(2k+1)$

នោះ $a(a+1)$ ចែកដាច់នឹង 2

» ករណី $a=2k+1$ គេបាន

$a(a+1)=(2k+1)(2k+2)=2n$ ដែល $n=(2k+1)(k+1)$ នោះ $a(a+1)$ ចែកដាច់នឹង 2

ដូចនេះ $a(a+1)$ ចែកដាច់នឹង 2 ចំពោះគ្រប់ a ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ ។

138. គេឲ្យ a ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ ។

ចូរបង្ហាញថា $a(a+1)(a+2)$ ចែកដាច់នឹង 6 ។

✍ ដំណោះស្រាយ

គេដឹងថា $a(a+1)$ ចែកដាច់នឹង 2 ដូចនេះគេគ្រាន់តែបង្ហាញថា $a(a+1)(a+2)$ ចែកដាច់នឹង 3 ។

ដោយ a ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ នាំឲ្យ $a=3k$ ឬ $a=3k+1$ ឬ $a=3k+2$ ដែល k ជាចំនួនគត់ធម្មជាតិ ។



» ករណី $a=3k$ នោះ

$a(a+1)(a+2)=3k(3k+1)(3k+2)=3m$

ដែល $m=k(3k+1)(3k+2)$

គេបាន $a(a+1)(a+2)$ ចែកដាច់នឹង3

» ករណី $a=3k+1$ នោះ

$a(a+1)(a+2)=(3k+1)(3k+2)(3k+3)=3n$

ដែល $n=(3k+1)(3k+2)(k+1)$

គេបាន $a(a+1)(a+2)$ ចែកដាច់នឹង3

» ករណី $a=3k+2$ នោះ

$a(a+1)(a+2)=(3k+2)(3k+3)(3k+4)=3p$

ដែល $p=(3k+2)(k+1)(3k+4)$

គេបាន $a(a+1)(a+2)$ ចែកដាច់នឹង3

សរុបមក $a(a+1)(a+2)$ ចែកដាច់នឹង2ផង និងចែកដាច់នឹង3ផង ។

ដូចនេះ $a(a+1)(a+2)$ ចែកដាច់នឹង6 ។

139. បង្ហាញថា $11^{10}-1$ ចែកដាច់នឹង 100 ។

✍ ដំណោះស្រាយ

$$11^{10}-1=(11-1)(11^9+11^8+...+11+1)$$
$$=10(\underbrace{11^9+11^8+...+11+1}_{10\text{តួ}})$$

ដោយ $11^9, 11^8, ..., 11, 1$ សុទ្ធតែមានលេខ1នៅខាងចុង

គេបាន $11^9+11^8+...+11+1=10k$, k ជាចំនួនគត់

នាំឲ្យ $11^{10}-1=10\times 10k=100k$

ដូចនេះ $11^{10}-1$ ចែកដាច់នឹង 100 ។

140. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $2011^{2011}+1$ ចែកដាច់នឹង 2012 ។

✍ *ដំណោះស្រាយ*

$$2011^{2011}+1=(2011+1)(2011^{2010}-2011^{2009}+\cdots-2011+1)$$

$$=2012k \ , \ k=2011^{2010}-2011^{2009}+\cdots-2011+1$$

ដូច្នេះ $2011^{2011}+1$ ចែកដាច់នឹង 2012 ។

141. ចូរស្រាយបញ្ជាក់ថា $2012^{2012}-1$ ចែកដាច់នឹង 2013 ។

✍ *ដំណោះស្រាយ*

$$2012^{2012}-1=(2012^2)^{1006}-1$$

$$=(2012^2-1)[(2012^2)^{1005}+(2012^2)^{1004}+\cdots+1]$$

$$=(2012-1)(2012+1)[(2012^2)^{1005}+(2012^2)^{1004}+\cdots+1]$$

$$=2013k \ , \ k=2011[(2012^2)^{1005}+(2012^2)^{1004}+\cdots+1]$$

ដូច្នេះ $2012^{2012}-1$ ចែកដាច់នឹង 2013 ។

142. ចូររករង្វាស់មុំដែលផ្គុំដោយទ្រនិចម៉ោង និងទ្រនិចនាទី នៃនាឡិកាទ្រនិច ចំពោះ



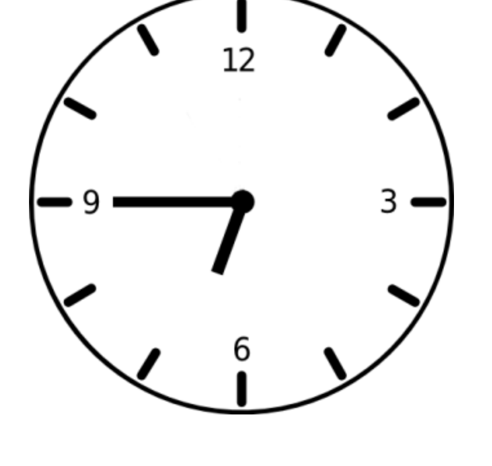
ក. ម៉ោង $6:45$ នាទី ខ. ម៉ោង $1:15$ នាទី

គ. ម៉ោង $2:40$ នាទី ។

ដំណោះស្រាយ

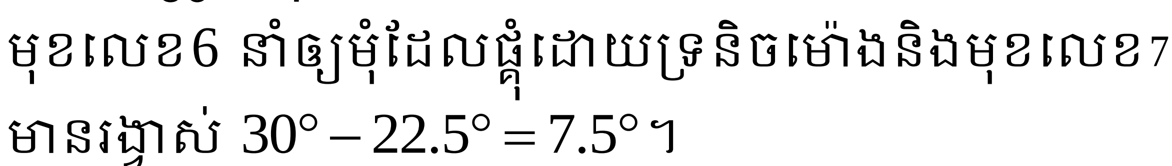
គេដឹងថា ក្នុងមួយជុំទ្រនិចនាឡិកា(12 ទ្រនិច)មានរង្វាស់ មុំ $360°$ នោះមុំដែលនៅចន្លោះពីទ្រនិចមួយទៅទ្រនិចបន្ទាប់

មានរង្វាស់ $\frac{360°}{12} = 30°$ ។



ក. ម៉ោង $6:45$ នាទី

គេបាន ទ្រនិចនាទីចង្អុលចំលេខ 9 (45 នាទី) នោះធ្វើឲ្យទ្រនិចម៉ោងដើរ បានមុំ $\frac{45}{60} = \frac{3}{4}$ នៃ $30°$ ស្មើនឹង $22.5°$ ពី

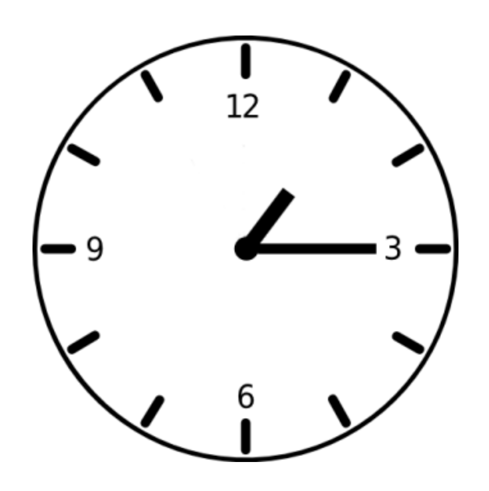


មុខលេខ 6 នាំឲ្យមុំដែលផ្តុំដោយទ្រនិចម៉ោងនិងមុខលេខ 7 មានរង្វាស់ $30° - 22.5° = 7.5°$ ។

ដូចនេះ នៅម៉ោង $6:45$ នាទី មុំដែលផ្តុំដោយទ្រនិចម៉ោង និងទ្រនិចនាទីមានរង្វាស់ស្មើនឹង

$30° + 30° + 7.5° = 67.5° = \boxed{67°30'}$ ។

ខ. ម៉ោង1:15នាទី

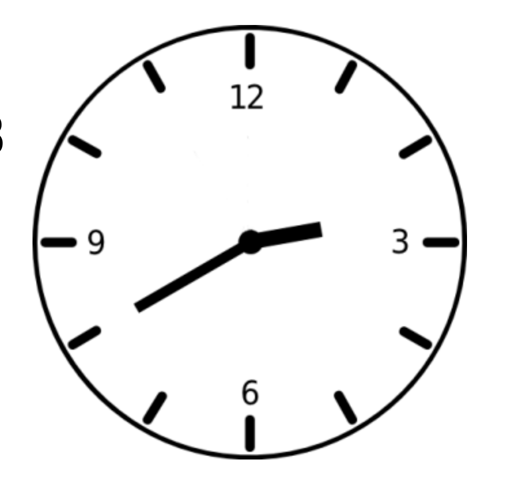


គេបាន ទ្រនិចនាទីចង្អុលចំលេខ3 (15នាទី) នោះធ្វើឲ្យទ្រនិចម៉ោងដើរ បានមុំ $\frac{15}{60}=\frac{1}{4}$នៃ$30°$ ស្មើនឹង $7.5°$ពី មុខលេខ1 នាំឲ្យមុំដែលផ្គុំដោយទ្រនិច ម៉ោងនិងមុខលេខ2មានរង្វាស់ $30°-7.5°=22.5°$។

ដូចនេះ នៅម៉ោង1:15នាទី មុំដែលផ្គុំដោយទ្រនិចម៉ោង និងទ្រនិចនាទីមានរង្វាស់ស្មើនឹង

$30°+22.5°=52.5°=\boxed{52°30'}$ ។

គ. ម៉ោង$2:40$នាទី

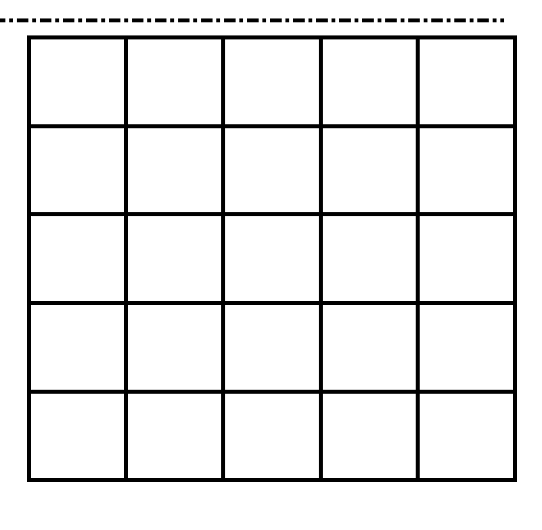


គេបាន ទ្រនិចនាទីចង្អុលចំលេខ8 (40នាទី) នោះធ្វើឲ្យទ្រនិចម៉ោងដើរ បានមុំ $\frac{40}{60}=\frac{2}{3}$នៃ$30°$ ស្មើនឹង $20°$ ពី មុខលេខ2 នាំឲ្យមុំដែលផ្គុំដោយ ទ្រនិចម៉ោងនិងមុខលេខ3មានរង្វាស់ $30°-20°=10°$។

ដូចនេះ នៅម៉ោង$2:40$នាទី មុំដែលផ្គុំដោយទ្រនិចម៉ោង និងទ្រនិចនាទីមានរង្វាស់ស្មើនឹង

$30°+30°+30°+30°+30°+10°=\boxed{160°}$ ។

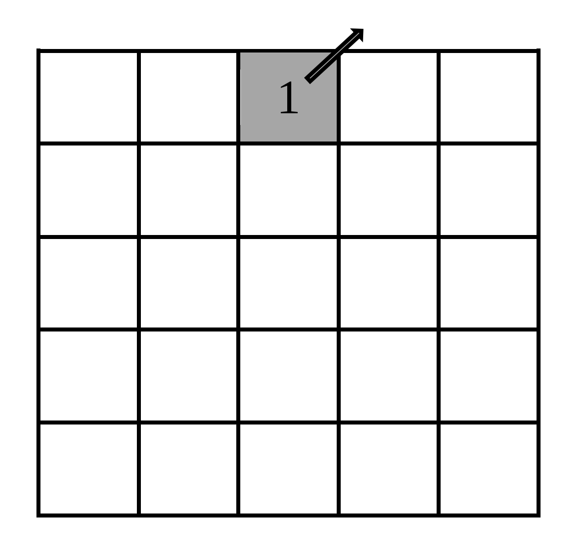
143. គេមាន 25 ចំនួនគត់តគ្នា 1, 2, 3, ... , 24, 25 ។ ចូរដាក់ចំនួនគត់ទាំងនេះក្នុងក្រឡាការេតូចៗនៃរូបខាងស្តាំធ្វើយ៉ាងណាឲ្យបាន: ផលបូកជួរដេកនីមួយៗស្មើនឹងផលបូកជួរឈរនីមួយៗ ស្មើនឹងផលបូកជួរអង្កត់ទ្រូងនីមួយៗស្មើនឹង 65 ។ (សម្គាល់: ចំនួននីមួយៗប្រើបានតែម្តង) ។

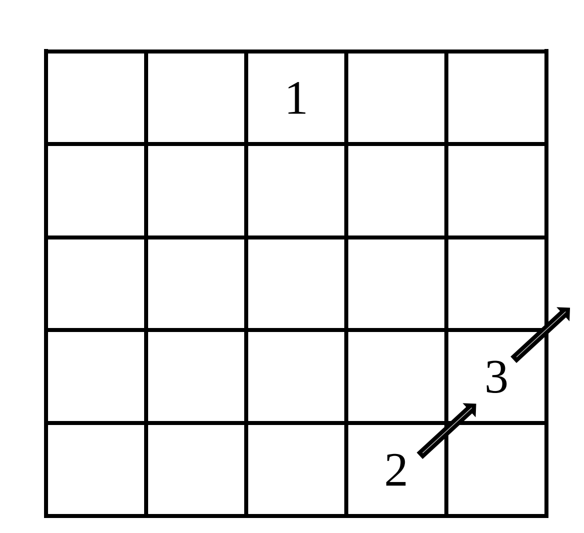


✍ ដំណោះស្រាយ

លំហាត់នេះជាប្រភេទ «ការេវេទមន្ត» ឬ "Magic Square"។ ចំពោះការេវេទមន្តដែលមានវិមាត្រ 3×3 , 5×5 , 7×7 , 9×9 , ... គេអាចបំពេញលេខតាមវិធីដូចខាងក្រោម៖

☞ របៀបទី១៖





		1		
	5			
4				
				3
			2	

		1	8	
	5	7		
4	6			
				3
			2	

		1	8	
	5	7		
4	6			
				3
			2	9

		1	8	15
	5	7	14	
4	6	13		
10	12			3
11			2	9

		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13		
10	12			3
11			2	9

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13		
10	12			3
11			2	9

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13	20	
10	12	19		3
11	18		2	9

17		1	8	15
	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18		2	9

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18		2	9

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

ដូចនេះគេបាន៖

17	**24**	**1**	**8**	**15**
23	**5**	**7**	**14**	**16**
4	**6**	**13**	**20**	**22**
10	**12**	**19**	**21**	**3**
11	**18**	**25**	**2**	**9**



☞ ***របៀបទី២៖*** ដំបូងត្រូវតម្រៀបលេខដូចខាងក្រោមៈ

				5				
			4		10			
		3		9		15		
	2		8		14		20	
1		7		13		19		25
	6		12		18		24	
		11		17		23		
			16		22			
				21				

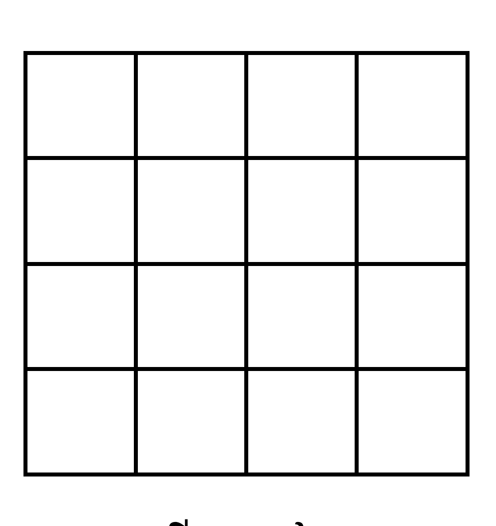
- បន្ទាប់មកត្រូវរំកិលលេខដែលស្ថិតខាងក្រៅ «ការេវេទមន្ត» ឬ "Magic Square" ទាំងអស់ តាមទិសដៅចូលទៅក្នុង «ការេវេទមន្ត» ចំនួន 5 ក្រឡា ដូចខាងក្រោម៖

				5				
			4		10			
		3		9		15		
	2		8		14		20	
1		7		13		19		25
	6		12		18		24	
		11		17		23		
			16		22			
				21				

ដូចនេះគេបាន៖

		3	**16**	**9**	**22**	**15**		
		20	**8**	**21**	**14**	**2**		
		7	**25**	**13**	**1**	**19**		
		24	**12**	**5**	**18**	**6**		
		11	**4**	**17**	**10**	**23**		

144. គេមាន16ចំនួនគត់តគ្នា 11,12,13, ... , 25,26។ ចូរដាក់ចំនួនគត់ទាំងនេះក្នុងក្រឡាការេតូចៗនៃរូបខាងស្តាំ ធ្វើយ៉ាងណាឲ្យបាន: ផលបូកជួរដេកនីមួយៗស្មើនឹងផលបូកជួរឈរនីមួយៗស្មើនឹងផលបូកជួរអង្កត់ទ្រូងនីមួយៗស្មើនឹង74។ (សម្គាល់: ចំនួននីមួយៗប្រើបានតែម្តង)

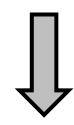


✍ ដំណោះស្រាយ

ចំពោះ «ការេវេទមន្ត» ឬ "Magic Square" វិមាត្រ 4×4 គេត្រូវបំពេញតាមវិធីដូចខាងក្រោម៖

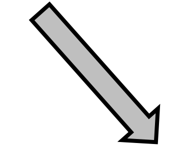
11	12	13	14
15	16	17	18
19	20	21	22
23	24	25	26

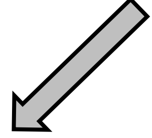
26	25	24	23
22	21	20	19
18	17	16	15
14	13	12	11



11			14
	16	17	
	20	21	
23			26

	25	24	
22			19
18			15
	13	12	





11	**25**	**24**	**14**
22	**16**	**17**	**19**
18	**20**	**21**	**15**
23	**13**	**12**	**26**

145. គេឲ្យពីចំនួន x និង y មានសញ្ញាដូចគ្នា ។

បង្ហាញថា $x^2+y^2\geq 2xy$ រួចទាញថា $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geq 2$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

» គេដឹងថា $(x-y)^2\geq 0$ គេបាន

$x^2-2xy+y^2\geq 0$, $\boxed{x^2+y^2\geq 2xy}$

» ដោយ $x^2+y^2\geq 2xy$

គេបាន $\frac{x^2+y^2}{xy}\geq 2$ (ព្រោះ x,y មានសញ្ញាដូចគ្នា)

នាំឲ្យ $\frac{x^2}{xy}+\frac{y^2}{xy}\geq 2$ គេបាន $\boxed{\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geq 2}$ ។

146. រកតម្លៃតូចបំផុតនៃកន្សោម៖

ក. $A=\frac{x}{1-x}+\frac{5}{x}\qquad(0<x<1)$

ខ. $B=\frac{x}{2}+\frac{2}{x-1}\qquad(x>1)$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

ក. $A=\frac{x}{1-x}+\frac{5}{x}\qquad(0<x<1)$

$$A=\frac{x}{1-x}+\frac{5-5x+5x}{x}=\frac{x}{1-x}+\frac{5(1-x)}{x}+5$$

ដោយ $\frac{x}{1-x}+\frac{5(1-x)}{x}\geq 2\sqrt{5}$ (វិសមភាពកូស៊ី)

គេបាន $A\geq 2\sqrt{5}+5$

ដូចនេះតម្លៃតូចបំផុតនៃ A គឺ $2\sqrt{5}+5$ ។

ខ. $B=\frac{x}{2}+\frac{2}{x-1}\quad (x>1)$

$$B=\frac{x}{2}+\frac{2}{x-1}=\frac{x-1+1}{2}+\frac{2}{x-1}=\frac{x-1}{2}+\frac{2}{x-1}+\frac{1}{2}$$

ដោយ $\frac{1-x}{2}+\frac{2}{1-x}\geq 2$ (វិសមភាពកូស៊ី)

គេបាន $B\geq 2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$

ដូចនេះ តម្លៃតូចបំផុតនៃ B គឺ $\frac{5}{2}$ ។

147. រកតម្លៃតូចបំផុតនៃកន្សោម:

ក. $A=\frac{x^2+1}{x+2}\quad ,\ x\geq 0$

ខ. $B=\frac{-8}{3x^2+2}$

គ. $C=\frac{x^2-1}{x^2+1}$ ។

✍ <u>ដំណោះស្រាយ</u>

ក. $A=\frac{x^2+1}{x+2}\quad ,\ x\geq 0$



$$A=\frac{x^2+4x+4+5-4x-8}{x+2}=x+2+\frac{5}{x+2}-4$$

តែ $x+2+\frac{5}{x+2}\geq 2\sqrt{5}$ (វិសមភាពកូស៊ី)

គេបាន $A\geq 2\sqrt{5}-4$

ដូចនេះ តម្លៃតូចបំផុតនៃ A គឺ $2\sqrt{5}-4$ ។

ខ. $B=\frac{-8}{3x^2+2}$

ដោយ $3x^2+2\geq 2$ (ព្រោះ $3x^2\geq 0$)

គេបាន $\frac{1}{3x^2+2}\leq\frac{1}{2}$ នោះ $\frac{-8}{3x^2+2}\geq\frac{-8}{2}$ ឬ $B\geq -4$

ដូចនេះ តម្លៃតូចបំផុតនៃ B គឺ -4 ។

គ. $C=\frac{x^2-1}{x^2+1}$

$C=\frac{2x^2-x^2-1}{x^2+1}=\frac{2x^2}{x^2+1}-1$ តែ $\frac{2x^2}{x^2+1}\geq 0$

នោះ $C\geq -1$

ដូចនេះ តម្លៃតូចបំផុតនៃ C គឺ -1 ។

148. គេឲ្យ x និង y ជាចំនួនពិតដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $x^2+3xy+y^2=60$ ។ រកតម្លៃធំបំផុតនៃផលគុណ xy ។

✍ <u>*ដំណោះស្រាយ*</u>

គេមាន $x^2+3xy+y^2=60$



$(x-y)^2+5xy=60$

$5xy=60-(x-y)^2\le 60$

(ព្រោះ $(x-y)^2\ge 0$)

នាំឲ្យ $5xy\le 60$, $xy\le 12$ ។

ដូចនេះ តម្លៃធំបំផុតនៃ xy ស្មើនឹង 12 ។

149. គេឲ្យ $x,\ y$ ជាចំនួនវិជ្ជមានដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $x+y=xy$ ។ រកតម្លៃតូចបំផុតនៃកន្សោម $S=x+y$ ។

ដំណោះស្រាយ

តាមវិសមភាពកូស៊ី $x+y\ge 2\sqrt{xy}$

តែ $x+y=xy$

នាំឲ្យ $xy\ge 2\sqrt{xy}$, $(xy)^2\ge 4xy$, $xy\ge 4$ ព្រោះ $x,\ y>0$

គេបាន $S=x+y=xy\ge 4$

ដូចនេះ តម្លៃតូចបំផុតនៃ S គឺ 4 ។

150. គេឲ្យ $x,\ y$ ជាចំនួនពិតដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $x^2+y^2-xy=4$ ។ ចូររកតម្លៃតូចបំផុត និងតម្លៃធំបំផុតនៃកន្សោម $A=x^2+y^2$ ។

ដំណោះស្រាយ

» រកតម្លៃតូចបំផុត

ដោយ $x^2+y^2-xy=4$

គេបាន $2x^2+2y^2-2xy=8$

$$3(x^2+y^2)=8+x^2+2xy+y^2$$

$$3A=8+(x+y)^2\geq 8$$

$$A\geq\frac{8}{3}$$

គេបាន តម្លៃតូចបំផុតនៃ A គឺ $\frac{8}{3}$ ។

» រកតម្លៃធំបំផុត

ដោយ $x^2+y^2-xy=4$

គេបាន $2x^2+2y^2-2xy=8$

$$x^2+y^2+x^2-2xy+y^2=8$$

$$A+(x-y)^2=8$$

$$A=8-(x-y)^2\leq 8$$

ដូចនេះ តម្លៃធំបំផុតនៃ A គឺ 8 ។

151. បង្ហាញថា $x^2+\frac{1}{x^2+1}\geq 1$ ចំពោះគ្រប់តម្លៃ x ។

✍ដំណោះស្រាយ

តាមវិសមភាពកូស៊ី $(x^2+1)+\frac{1}{x^2+1}\geq 2$

គេបាន $x^2+\frac{1}{x^2+1}\geq 1$ ។



152. រកតម្លៃធំបំផុតនៃកន្សោម $E=\dfrac{x}{(x+2012)^2}$, $x>0$ ។

✍ដំណោះស្រាយ

គេមាន $E=\dfrac{x}{(x+2012)^2}$ ដោយ $x>0$ នោះ $E>0$

E មានតម្លៃធំបំផុតកាលណា $\dfrac{(x+2012)^2}{x}$ មានតម្លៃតូចបំផុត ។

គេបាន $\dfrac{(x+2012)^2}{x}=\dfrac{x^2+2x\cdot 2012+2012^2}{x}$

$$=x+\frac{2012^2}{x}+4024$$

តែ $x+\dfrac{2012^2}{x}\geq 2\cdot 2012=4024$ (វិសមភាពកូស៊ី)

គេបាន $\dfrac{(x+2012)^2}{x}\geq 4024+4024=8048$

នាំឲ្យ $E=\dfrac{x}{(x+2012)^2}\leq\dfrac{1}{8048}$

ដូចនេះ តម្លៃធំបំផុតនៃ E គឺ $\dfrac{1}{8048}$ ។

153. គណនាតម្លៃតូចបំផុតនៃកន្សោម

$$E=\frac{x^2-2x+2013}{x^2}\quad ;(x\neq 0)\ ។$$



✍ ដំណោះស្រាយ

$$E=\frac{x^2-2x+2013}{x^2}$$

$$=\frac{2013x^2-2x\cdot 2013+2013^2}{2013x^2}$$

$$=\frac{2012x^2}{2013x^2}+\frac{x^2-2x\cdot 2013+2013^2}{2013x^2}$$

$$=\frac{2012}{2013}+\frac{(x-2013)^2}{2013x^2}$$

$$\geq\frac{2012}{2013}$$ ព្រោះ $\frac{(x-2013)^2}{2013x^2}\geq 0$

ដូចនេះ តម្លៃតូចបំផុតនៃ E គឺ $\frac{2012}{2013}$ ។

154. គណនាតម្លៃតូចបំផុតនៃកន្សោម

$P=x^2+2y^2-2xy+2x-10y$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

$$P=x^2+2y^2-2xy+2x-10y$$

$$=x^2+y^2+1-2xy+2x-2y+y^2-8y+16-17$$

$$=(x-y+1)^2+(y-4)^2-17\geq -17$$

ដូចនេះ តម្លៃតូចបំផុតនៃ P គឺ -17 ។



155. គណនាតម្លៃតូចបំផុតនៃកន្សោម

ក. $P = x^2 - 2xy + 6y^2 - 12x + 2y + 45$

ខ. $Q = x^2 - 2xy + 3y^2 - 2x - 10y + 20$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

ក. $P = x^2 - 2xy + 6y^2 - 12x + 2y + 45$

$= x^2 + (-y)^2 + (-6)^2 - 2xy + 12y - 12x + 5y^2 - 10y + 9$

$= (x - y - 6)^2 + 5(y^2 - 2y + 1) + 4$

$= (x - y - 6)^2 + 5(y - 1)^2 + 4 \geq 4$

ដូចនេះ តម្លៃតូចបំផុតនៃ P គឺ 4 ។

ខ. $Q = x^2 - 2xy + 3y^2 - 2x - 10y + 20$

$= x^2 + (-y)^2 + (-1)^2 - 2xy + 2y - 2x + 2y^2 - 12y + 19$

$= (x - y - 1)^2 + 2(y^2 - 6y + 9) + 1$

$= (x - y - 1)^2 + 2(y - 3)^2 + 1 \geq 1$

ដូចនេះ តម្លៃតូចបំផុតនៃ Q គឺ 1 ។

156. គេឲ្យបីចំនួន a, b, c ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់:

$4a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 4ab - 4ca + 2bc - 6b - 10c + 34 = 0$,

ចូរគណនាតម្លៃនៃកន្សោម

$S = (a-4)^{2011} + (b-4)^{2012} + (c-4)^{2013}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ



$$4a^2+2b^2+2c^2-4ab-4ca+2bc-6b-10c+34=0$$

$$(-2a)^2+b^2+c^2-4ab-4ca+2bc$$

$$+b^2-6b+9+c^2-10c+25=0$$

$$(-2a+b+c)^2+(b-3)^2+(c-5)^2=0$$

គេទាញបាន $\begin{cases}-2a+b+c=0\\ b-3=0\\ c-5=0\end{cases}$ នាំឲ្យ $\begin{cases}a=4\\ b=3\\ c=5\end{cases}$

ដូចនេះ $S=(4-4)^{2011}+(3-4)^{2012}+(5-4)^{2013}=\boxed{2}$

157. សម្រួល $A=101\times10001\times100000001\times\cdots\times1\underbrace{000\cdots01}_{2^{2011}-1}$

✍ <u>*ដំណោះស្រាយ*</u>

$$A=(10^2+1)\times(10^{2^2}+1)\times(10^{2^3}+1)\times\ldots\times(10^{2^{2011}}+1)$$

$$=\frac{(10^2-1)\times(10^2+1)\times(10^{2^2}+1)\times(10^{2^3}+1)\times\ldots\times(10^{2^{2011}}+1)}{10^2-1}$$

$$=\frac{10^{2^{2012}}-1}{10^2-1}=\frac{\overbrace{99\cdots9}^{2^{2012}}}{99}=\boxed{\underbrace{10101\cdots01}_{2^{2012}-1}}$$

158. បង្ហាញថា $\underbrace{\overline{aaa\ldots a}}_{4m}-\underbrace{\overline{bbb\ldots b}}_{4n}$ ចែកដាច់នឹង11និង101



✍ ដំណោះស្រាយ

$\circ\ \underbrace{\overline{aaa\ldots a}}_{4m} = a\cdot\underbrace{111\ldots1}_{4m}$

$= a(1111\cdot10^{4(m-1)} + 1111\cdot10^{4(m-2)} + \ldots + 1111)$

$= 1111a(10^{4(m-1)} + 10^{4(m-2)} + \ldots + 1)$

$= 1111ax$

ដែល $x = 10^{4(m-1)} + 10^{4(m-1)} + \ldots + 1$

$\circ\ \underbrace{\overline{bbb\ldots b}}_{4n} = b\cdot\underbrace{111\ldots1}_{4n}$

$= b(1111\cdot10^{4(n-1)} + 1111\cdot10^{4(n-2)} + \ldots + 1111)$

$= 1111b(10^{4(n-1)} + 10^{4(n-2)} + \ldots + 1)$

$= 1111by$

ដែល $y = 10^{4(n-1)} + 10^{4(n-1)} + \ldots + 1$

គេបាន $\underbrace{\overline{aaa\ldots a}}_{4m} - \underbrace{\overline{bbb\ldots b}}_{4n} = 1111ax - 1111by$

$= 1111(ax - by)$

$= 11\times101(ax - by)$

ដូចនេះ $\underbrace{\overline{aaa\ldots a}}_{4m} - \underbrace{\overline{bbb\ldots b}}_{4n}$ ចែកដាច់នឹង 11 និង 101។

159. គេឲ្យ $S = \underbrace{111\ldots11}_{2n} + \underbrace{444\ldots44}_{n} + 1$ ។ បង្ហាញថា S ជាការេប្រាកដ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

$$S=\underbrace{111...11}_{2n}+\underbrace{444...44}_{n}+1$$
$$=\frac{10^{2n}-1}{9}+4\cdot\frac{10^{n}-1}{9}+1$$
$$=\frac{10^{2n}-1+4\cdot 10^{n}-4+9}{9}$$
$$=\frac{10^{2n}+4\cdot 10^{n}+4}{9}$$
$$=\left(\frac{10^{n}+2}{3}\right)^{2}$$
$$=\left(\frac{10^{n}-1}{3}+1\right)^{2}$$
$$=\left(\underbrace{333...3}_{n}+1\right)^{2}$$
$$=\left(\underbrace{333...3}_{n-1}4\right)^{2}$$

ដូចនេះ S ជាការេប្រាកដ ។

160. ចូរបង្ហាញថា $1\underbrace{000...01}_{n-1}\underbrace{000...0}_{n}25$ ជាការេប្រាកដ ។

✍ ដំណោះស្រាយ



$$1\underbrace{000...01}_{n-1}\underbrace{000...0}_{n}25 = 10^{2n+2} + 10\cdot 10^{n+1} + 25$$

$$= (10^{n+1})^2 + 2\cdot 10^{n+1}\cdot 5 + 5^2$$

$$= (10^{n+1}+5)^2$$

ដូចនេះ $1\underbrace{000...01}_{n-1}\underbrace{000...0}_{n}25$ ជាការេប្រាកដ ។

161. បង្ហាញថា $\underbrace{111...11}_{2n} - \underbrace{222...22}_{n}$ ជាការេប្រាកដ ។

✍ <u>ដំណោះស្រាយ</u>

$$A = \underbrace{111...11}_{2n} - \underbrace{222...22}_{n}$$

$$= \frac{10^{2n}-1}{9} - 2\cdot\frac{10^n-1}{9}$$

$$= \frac{10^{2n}-1-2\cdot 10^n+2}{9}$$

$$= \frac{10^{2n}-2\cdot 10^n+1}{9}$$

$$= \left(\frac{10^n-1}{3}\right)^2$$

$$= \left(\underbrace{33...3}_{n}\right)^2$$



ដូចនេះ $\underbrace{111...11}_{2n} - \underbrace{222...22}_{n}$ ជាការេប្រាកដ ។

162. គេឲ្យ $A = \underbrace{111\cdots1}_{2012}\underbrace{222\cdots2}_{2013}$ ។ ចូររកសំណល់នៃ A ចែកនឹង 11 ។

✍ *ដំណោះស្រាយ*

$$A = \underbrace{111\cdots1}_{2012}\underbrace{222\cdots2}_{2013} = \underbrace{111\cdots1}_{2012}\cdot10^{2013} + \underbrace{222\cdots2}_{2012}\cdot10 + 2$$

$$= \underbrace{111\cdots1}_{2012}(10^{2013} + 2\cdot10) + 2$$

ដោយ 2012 ជាចំនួនគូ

ហេតុនេះ $\underbrace{111\cdots1}_{2012}$ ចែកដាច់នឹង 11

ព្រោះ $(\underbrace{1+1+\cdots+1}_{1006}) - (\underbrace{1+1+\cdots+1}_{1006}) = 0$ ។

ដូចនេះ A ចែកនឹង 11 បានសំណល់ 2 ។

163. គេឲ្យ $A = \underbrace{444\cdots4}_{2012}\underbrace{888\cdots8}_{2011}9$ ។ គណនា $\sqrt{A}$ ។

✍ *ដំណោះស្រាយ*

គេមាន $A = \underbrace{444\cdots4}_{2012}\underbrace{888\cdots8}_{2011}9$



$$A=\underbrace{444\cdots4}_{2012}\underbrace{888\cdots8}_{2012}+1$$

$$=4\cdot\underbrace{111\cdots1}_{2012}\cdot10^{2012}+8\cdot\underbrace{111\cdots1}_{2012}+1$$

$$=4\cdot\frac{10^{2012}-1}{9}\cdot10^{2012}+8\cdot\frac{10^{2012}-1}{9}+1$$

$$=\frac{4\cdot10^{4024}-4\cdot10^{2012}+8\cdot10^{2012}-8+9}{9}$$

$$=\frac{4\cdot10^{4024}+4\cdot10^{2012}+1}{9}$$

$$=\frac{(2\cdot10^{2012}+1)^2}{3^2}=\left(\frac{2\cdot10^{2012}+1}{3}\right)^2$$

$$\sqrt{A}=\frac{2\cdot10^{2012}+1}{3}=\frac{2(10^{2012}-1)+3}{3}$$

$$=\frac{2(10^{2012}-1)}{3}+1$$

$$=2\cdot\frac{\overbrace{999\cdots9}^{2012}}{3}+1$$

$$=\underbrace{666\cdots6}_{2012}+1$$

$$=\boxed{\underbrace{666\cdots6}_{2011}7}$$



164. គេឲ្យចំនួនគត់ $A=\frac{1}{3}\left(\underbrace{11...1}_{2011}0\underbrace{77...7}_{2011}8\underbrace{11...1}_{2012}\right)$ ។

ចូរគណនា $\sqrt[3]{A}$ ។

✍ ដំណោះស្រាយ

$$A=\frac{1}{3}\left(\underbrace{11...1}_{2011}0\underbrace{77...7}_{2011}8\underbrace{11...1}_{2012}\right)$$

$$3A=\underbrace{11...1}_{2011}\times10^{4025}+\underbrace{77...7}_{2011}\times10^{2013}$$

$$+8\times10^{2012}+\underbrace{11...1}_{2012}$$

$$3A=\frac{10^{2011}-1}{9}\times10^{4025}+7\cdot\frac{10^{2011}-1}{9}\times10^{2013}$$

$$+8\times10^{2012}+\frac{10^{2012}-1}{9}$$

$$3A=\frac{10^{6036}-10^{4025}+7\cdot10^{4024}-7\cdot10^{2013}}{9}$$

$$+\frac{72\cdot10^{2012}+10^{2012}-1}{9}$$

$$3A=\frac{10^{6036}-3\cdot10^{4024}+3\cdot10^{2012}-1}{9}$$

$$A=\frac{\left(10^{2011}-1\right)^3}{27}$$



$$\sqrt[3]{A}=\frac{10^{2011}-1}{3}=\frac{99...9}{3}=\boxed{\underset{2011}{33...3}}$$

165. បង្ហាញថា ផលគុណនៃបួនចំនួនគត់តគ្នាមិនអាចជាការេប្រាកដបានទេ ។

✍ *ដំណោះស្រាយ*

តាង A ជាផលគុណនៃ 4 ចំនួនគត់តគ្នា

គេបាន $A=n(n+1)(n+2)(n+3)$

$$A=n(n+3)(n+1)(n+2)$$

$$=(n^2+3n)(n^2+3n+2)$$

$$=(n^2+3n+1-1)(n^2+3n+1+1)$$

$=(n^2+3n+1)^2-1$ មិនអាចជាការេប្រាកដទេ ។

166. បង្ហាញថា $\dfrac{21n+4}{14n+3}$ ជាប្រភាគសម្រួលមិនបាន ។

✍ *ដំណោះស្រាយ*

ដោយ $2(21n+4)-3(14n+3)=-1$ នោះ

$PGCD(21n+4\ ,\ 14n+3)=1$ ឬ $21n+4\ ,\ 14n+3$ បឋមរវាងគ្នា ។

ដូចនេះ $\dfrac{21n+4}{14n+3}$ ជាប្រភាគសម្រួលមិនបាន ។

167. បង្ហាញថា $\frac{10n+7}{6n+4}$ ជាប្រភាគសម្រួលមិនបាន ។

✍ *ដំណោះស្រាយ*

ដោយ $3(10n+7)-5(6n+4)=1$ នោះ $PGCD(10n+7,\,6n+4)=1$ ឬ $10n+7$, $6n+4$ បឋមរវាងគ្នា ។

ដូចនេះ $\frac{10n+7}{6n+4}$ ជាប្រភាគសម្រួលមិនបាន ។

168. កំណត់ n ដើម្បីឲ្យ $\frac{2n+3}{n+7}$ ជាប្រភាគសម្រួលមិនបាន។

✍ *ដំណោះស្រាយ*

ដោយ $\frac{2n+3}{n+7}=2-\frac{11}{n+7}$

ហេតុនេះ ដើម្បីឲ្យ $\frac{2n+3}{n+7}$ ជាប្រភាគសម្រួលមិនបាន លុះត្រាតែ $PGCD(11,\,n+7)=1$ ។

នាំឲ្យ $n+7$ មិនចែកដាច់នឹង 11

នាំឲ្យ $n\neq 11k-7$, k ជាចំនួនគត់ ។

ដូចនេះ $\boxed{n\neq 11k-7}$ ។



សូមរង់ចាំតាមដានអាន

សៀវភៅលំហាត់គណិតវិទ្យាសម្រាប់សិស្សពូកែថ្នាក់ទី៩

ភាគ ២ - ធរណីមាត្រ ជាបន្ត